గణిత చంద్రిక

GANITHA CHANDRIKA

e-mail : ganithachandrika@gmail.com

సంపుటి : 17 సంచిక : 1&2 (జనవరి-జూన్) సంవత్సరం : 2016

విషయ సూచిక

పాఠకులకు విజ్ఞప్తి

రూ.500/- (వ్యక్తిగతంగా) రూ.600/- (సంస్థపరంగా) పంపిన వారు జీవిత సభ్యులు అవుతారు. మీతోటి పాఠకులను సభ్యులుగా చేర్చండి. **A.I.M.Ed,** జీవిత సభ్యులు త్రైమాసిక పత్రిక గణిత చంద్రికను ఉచితంగా పొందగలరు. తమ రచనలు, సందేహాలను పత్రికా సంపాదకులకు పంపండి. సభ్యత్వ చందాను చెక్, డ్రాఫ్ట్, మనియార్డరు రూపంలో **"Treasurer.A.I.M.Ed."** పేరుతో దిగువ చిరునామాకు పంపగలరు.

"Treasurer"

అసోసియేషన్ ఫర్ ఇంప్రూమెంట్ ఆఫ్ మాథ్స్ ఎడ్యుకేషన్

డోర్ నెం. 22/1-16, మూర్తి వీధి, విజయటాకీస్ వెనుక రోడ్డు,

విజయవాడ - 520002. ఫోన్ : 9246416781

గణిత బోధనలో భాషపాత్ర

– పి.వి. కృష్ణయ్య (ఆంధ్రవిశ్వకళాపరిషత్ గణితశాస్త్రశాఖలో విశ్రాంతాచార్యులు)

ప్రతి బిడ్డకు తొలిగురువు తల్లే. తల్లి అనిపించిన మాటలు అంటూ తల్లి వినిపించిన పాటలు ఆలపిస్తూ, తల్లి చెప్పిన కథలు వింటూ క్రమేపీ ప్రపంచాన్ని తెలుసుకొంటుంది బిడ్డ. అది అలా ఉండగా విద్యాభ్యాసం అనేది మాతృభాషలో అక్షరాలు దిద్దుకోవడంతో ప్రారంభం అవుతుంది. సాధారణంగా దాని ద్వారా లిపిని గుర్తించడం, మాటలు రాయడం క్రమంగా అలవడతాయి. అక్షరాలు నేర్చుకోడం ప్రారంభించిన కొద్దికాలానికే అంకెలు నేర్చుకోడం ప్రారంభమవుతుంది.

ఈవిధంగా “చదువుకోవడం”లో తొలిమెట్టు (మాతృ) భాషదైతే రెండో మెట్టు లెక్కలది. అంటే లెక్కపెట్టడం, కూడికలూ, తీసివేతలూ, గుణకార, భాగహారాలూ జీవితంలో వీటి వినియోగము అన్నమాట. అంటే భాషని వెన్నంటే గణితం కూడా ఉంటుంది. ఒక రకంగా వీటికి సంబంధం ఆది నుంచే ఏర్పడుతుందన్న మాట. భాషాజ్ఞానం బాగా ఉన్న ఆసామికి లెక్కలు సరిగ్గారావనీ, లెక్కల్లో మునిగిన వాడికి భాష సరిగ్గారాదని అలా రాకూడదని చాలామంది అనుకుంటారు. అది అపోహ మాత్రమే.

ఏ శాస్త్రం నేర్చుకోవాలన్నా, ఏ శాస్త్ర విషయాలు సరిగ్గా అవగాహన చేసుకోవాలనుకున్నా ప్రతి విషయాన్నీ సరియైన భాషలో ప్రకటించడం ద్వారానే స్పష్టత చేకూరుతుంది. నేర్పడానికీ, నేర్చుకోడానికీ ఏకైక సాధనం సంభాషణ మాత్రమే. అందువల్ల ఏ విషయాన్ని బోధించాలన్నా సరియైన, స్పష్టమైన, అపార్థాలకు తావియ్యని భాషలో దాన్ని వివరించడం అత్యంత ముఖ్యం. దురదృష్టవశాత్తూ మనదేశంలో బడి పిల్లలలో చాలామందికి లెక్కలంటే భయం ఏర్పడుతున్నది. దీనికి కారణాలు అనేకం. తల్లిదండ్రులలో ఎవరికైనా లెక్కలంటే భయం ఉంటే దాన్ని పిల్లలకి సంక్రమింపచెయ్యడం కావచ్చు. కూడికలూ తీసివేతల తరువాత గుణకారం మొదలుపెడుతూనే పిల్లలచేత ఎక్కాలు బట్టీపట్టించడం మరో కారణం కావచ్చు. ఎక్కాలు బట్టీపట్టడం వల్ల గుణకారంలో వేగం పెరగవచ్చునేమో గాని గుణకారానికి ఎక్కాలు ఆవశ్యకం కావని నా అభిప్రాయం.

గణితం – సాహిత్యం జాతీయ సదస్సులో సమర్పించిన పత్రం

గణిత బోధనలో భాషపాత్ర

- పి.వి. కృష్ణయ్య (ఆంధ్రవిశ్వకళాపరిషత్ గణితశాస్త్రశాఖలో విశ్రాంతాచార్యులు)

ఈ పట్టిక చూడండి.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

మొదటి అడ్డు వరసలో ఉన్న ఒక అంకెని మొదటి నిలువు వరుసలో ఉన్న ఒక అంకెతో గుణించాలంటే మొదటి అంకె ఉన్న కాలమ్ లో రెండో అంకె ఉన్న రో లో ఉన్నదాన్ని గుర్తిస్తే చాలు. అసలు ఈ పట్టికని ప్రతి విద్యార్థి తనకు తానే తయారుచేకుకోవచ్చు. ఒక రో ని నింపాలంటే వరసగా దాని మొదటి అంకె కలుపుతూ గళ్లు నింపడమే, లేదా కాలమ్‌ల వారీగా కూడా నింపవచ్చు. ఈ విధంగా పై పట్టికని స్వయంగా తయారు చేసుకోవడం నేర్పితే ఎక్కాలు బట్టిపట్టకుండా గుణకారాలు చేసే నేర్పు క్రమంగా అలవాటవుతుంది. కొన్ని లెక్కలు అభ్యాసం చేశాక వేగం కూడా పెరుగుతుంది. అంతేకాని మొదట్లోనే 20x20వరకూ ఎక్కాలన్నీ కంఠస్థం చేయించడం అనవసరం. పదిహేడు

పదమూళ్లు ఎంత అంటే ఠకీమని సమాధానం చెప్పలేనివాడు పనికిరాని వాడు అనడం అనుచితం. గణితం ఈ చిన్న లెక్కలకు అతీతమైన తర్కజనిత శాస్త్రం.

ఇక్కడ భాష పాత్ర ఏమిటి? అనే ప్రశ్న సహజం. ఉదాహరణకి మూడో అడ్డువరుసని ఎలా నింపుతామో చూడండి. మొదటి కాలమ్‌లో మూడుంది. దానికి మూడు కలిపి రెండో కాలమ్‌లో ఆరువేస్తారు. దానికి మూడు కలిపి తరువాత కాలమ్‌లో వేస్తాం. ఆ వచ్చిందానికి మూడు కలిపి ఆ తరువాతి కాలమ్ ఈవిధంగా మూడో రో నింపుతాం. అలాగే రెండో రో నుంచి తొమ్మిదో రో వరకూ. పదో రో ఎలా వస్తుంది? మొదటి రో లో అంకెలకి కుడి పక్క సున్న తగిలించి వేసెయ్యడమే అని చాలా వరకూ పిల్లలే తమంతట తామే తెలుసుకుంటారు. ఇక్కడ నేను చెప్పింది గమనించండి. ప్రతి రో ని నింపడంలోనూ గుణకారాన్ని కూడికల సమాహారంగా ప్రదర్శించడం అనేది ముఖ్యపాత్ర ధరిస్తుంది. అదే గుణకారం నేర్పడంలో భాష పాత్ర.

సంఖ్యలు ఎలా ఏర్పడ్డాయి? ఒక వస్తు సముదాయంలోని వస్తువుల్ని లెక్కపెట్టడానికి సంఖ్యలు ఏర్పడ్డాయి. మానవులు వ్రాయడం నేర్చుకోడానికి ముందే లెక్కపెట్టడం నేర్చుకున్నారని వింటుంటాము. గొర్రెల్నో, మేకల్నో మేతకు తీసికెళ్ళినప్పుడు ఒక్కొక్క జంతువుకి ఒకొక్క గులకరాయి చొప్పున ఒక మూటగా కట్టి తిరిగి వచ్చాక లెక్క సరిచూసుకునే వారట.

తరువాత కొంతకాలానికి చేతివేళ్లనుపయోగించి ఒకటి, రెండు, మూడు వగైరా వేళ్లను సంఖ్యావాచకాలుగా సృష్టించుకున్నారు. రెండు చేతుల వేళ్లతో పది వరకూ లెక్కపెట్టవచ్చు. కొంతకాలానికి ఇద్దరు కలిసి వంద వరకు సంఖ్యల్ని లెక్కపెట్టే పద్ధతి కనిపెట్టి ఉండవచ్చు. పదికంటే ఎక్కువ వస్తువులుంటే పదికాగానే రెండో వ్యక్తి ఒక వేలు చాపి, మరో పది లెక్కించాక మరో వేలు చాపి ఈ విధంగా ఇద్దరు కలిసి వందవరకూ లెక్కించడం, ముగురుంటే వెయ్యి వరకు లెక్కించడం సాధ్యపడి ఉంటుంది. ఆ తరువాత అంకెలను పదుల స్థానంలోనూ వందల స్థానంలోనూ, వేల స్థానంలోనూ ఉంచడం ద్వారా చాలా పెద్ద సంఖ్యలను వ్రాత పూర్వకంగా ప్రదర్శించే పద్ధతి ఏర్పడడానికి చాలా

శతాబ్దాలు పట్టి ఉంటుంది. ఈ పద్ధతిని, దీనిలో ముఖ్యపాత్ర ధరించే సున్నా అనే అంకెను మన భారతీయులే కనిపెట్టారని అంటారు.

కూడికలు : కూడిక అంటే ఏమిటి? అనేది చెప్పకుండా కూడికలు చేయిస్తున్నారు కొందరు. రెండు సంఖ్యల మొత్తం అంటే ఏమిటి? 39, 57ల మొత్తం అంటే ఏమిటి. ఒక సముదాయంలో 39 వస్తువులు, మరొక సముదాయంలో 57 వస్తువులూ, ఒకదాన్లోది ఏదీ మరో దానిలో లేకుండా ఉంటే ఆ మొత్తం సుముదాయంలో ఎన్ని వస్తువులుంటాయి? ఈ మొత్తం సంఖ్య ఎలా వస్తుంది? 57 చింతగింజల్ని తీసుకుని 39 తరువాత 40 నుంచి ప్రారంభించి లెక్క పెట్టడమే. లేదా 39 గింజల్ని తీసుకొని 57 తరువాత 58 నుంచి లెక్క పెట్టడం. ఇది సూటియైన పద్ధతి ఇలా కొన్ని కూడికలు పిల్లలచేత చేయిస్తే అందులో కష్టము అర్థమైనప్పుడు అంకెలను ఒకదానికింద మరొక దానిని రాసి స్థానాలవారీగా కలపడం అనే ప్రక్రియను నేర్పాలి. అప్పుడు విద్యార్థికి ఈ ప్రక్రియలోని సులువు అర్థమవుతుంది.

సంఖ్య కింద సంఖ్య రాసి చేస్తున్న ప్రక్రియ 'కూడిక' చేసే సులభ పద్ధతేకాని అదే 'కూడిక' కాదు అని విద్యార్థికి అవగాహన కావాలి. అక్కడే భాష ప్రాముఖ్యాన్ని సంతరించుకుంటుంది.

అలాగే తీసివేత. తీసివేత అంటే అర్థం ఏమిటి? 428 నుండి 276 తీసెయ్యడం అంటే ఏమిటి? ఏ సంఖ్యకి 276 కలిపితే 428 వస్తుందో దాన్ని కనిపెట్టడం. ఆ కనిపెట్టడానికి సులువు పద్ధతి నీకు నేర్పుతున్నాం. ఆన్సరు వచ్చాక దానికి 276 కలిపి సరిచూసుకో అని చెప్పచ్చు. ఆ విధమైన అవగాహన పిల్లలలో కలిగిస్తే లెక్కలు చెయ్యడంలో 'కష్టం' తగ్గిపోతుంది. జీవితంలో అవసరాలకు కావలసిన కూడికలూ, తీసివేతలూ, గుణకారాలూ, భాగహారాలూ చేసే సులభ పద్ధతులే టీచరు తనకు నేర్పుతున్నారని విద్యార్థికి తెలియాలి. దీనికి సంభాషణ కావాలి. అంటే భాష కావాలి. తీసివేత ప్రక్రియలోని ప్రతి అంశంలోనూ భాష పాత్ర చాలా ఉంటుంది. దీన్ని తెలుగులో పాఠం చెప్పే మాస్టర్లు బాగా వాడేవారు. తెలుగు పిల్లలకి ఆంగ్ల మాధ్యమంలో

బోధించడంలో ఈ సులువు, ఈ అవగాహనా వస్తాయా అని నా సందేహం.

కూడికలూ. తీసివేతలూ గుణకార భాగహారాలూ మాత్రమే గణితం కాదు. ఇవి గణితానికి మొదటి సోపానాలు మాత్రమే. కంప్యూటరు కన్నా వేగంగా క్లిష్టమైన గుణకారాలు వగైరాలు చేసే బాలమేధావుల్ని నిత్య జీవితంలో ఎదురయ్యే అనేక చిన్న చిన్న సమస్యలలో ముఖ్యంగా డబ్బులావాదేవీలలో కొనుగోళ్లు అమ్మకాలలో తదితర విషయాలలో ఈ ప్రక్రియల ప్రయోజనం విశదీకరించడం ద్వారా లెక్కలలో పిల్లలకి ఆసక్తి కలిగించాలి. గణనయంత్రాలు (Caluculators) ఉన్న ఈ రోజుల్లో ఈ లెక్కలను వేగంగా చేయవలసిన అవసరం కూడా బాగా తగ్గిపోయింది.

సహజ సంఖ్యలు అనే పేరుగల ధనపూర్ణాంకాల పరిజ్ఞానం అనంతరం పిల్లలకి ఋణసంఖ్యలు, భిన్నాలు నేర్పుతాం. ఋణసంఖ్యలని, భిన్నాలని మనమే సృష్టించుకున్నామనీ దానివల్ల ఎన్నో సమస్యలు దూదిపింజలులాగా విడిపోయాయని వాళ్లకి తెలిసేలా చెబితే వాళ్లే వాటిని నేర్చుకోడానికి ఆసక్తి చూపుతారు. ఇక్కడ మైనస్ ఇంటూ మైనస్ ప్లస్ అవుతుందన్నది కొంత ఇబ్బంది పెడుతుంది.

దీనికిగాను ముందుగా – × అంటే ఏమిటో అర్థం చేసుకోవాలి. దేనిని × కు కలిపితే సున్న వస్తుందో దానిపేరే – ×. దీనినే × యొక్క సంకలన విలోమం అంటాం.

– x X y ని x X y కు కలిపితే

(- x X y) + (x X y) = (- x + x) X y = 0 X y = 0

కనుక - x X y అనేది x X y కి సంకలన విలోమం. ఇప్పుడు పై విధంగానే

- x X - y ని - x X y కు కలిపితే

x X (- y + y) = - x X 0 = 0 కాబట్టి - x X -y = - (-x X y)

కనక - x X - y, x X y లు ఒకే సంఖ్య.

బహుశా : ఈ తర్కాన్ని 'ఆల్జీబ్రా' కొంచెం నేర్చుకున్నాక బోధిస్తే సులభం కావచ్చు. నా అభిప్రాయం ఏమిటంటే కేవలం స్టెప్ తరువాత స్టెప్ లాగా కనిపించే ఆల్‌జీబ్రాలో స్టెప్‌ల వెనక తర్కం, భాష ఎంతగానో దాగి ఉన్నాయని ఏదో ఒక దశలో

విద్యార్థికి తెలియజేయాలి. ముఖ్యంగా అతడు / ఆమె ప్రశ్నించినప్పుడు విద్యార్థిపై తరగతులకి వెళ్లినపుడు అంకెలని సంకేతాలతో సూచించడం ద్వారా కొన్ని సూత్రాల నేర్పరచుకునే పరిస్థితి వస్తుంది. దీన్నే 'ఆల్జీబ్రా' అనేవారు.

ఆల్జీబ్రా అంటే గాబ్రా అని విద్యార్థుల్లో మారోజుల నుంచీ ఒక అపోహ ఉండేది. ఈ బీజగణిత సూత్రాలవల్ల వచ్చే సౌలభ్యాన్ని టీచర్లు విద్యార్థులకి నచ్చ చెప్పాలి. ఒక చిన్న ఉదాహరణ చెప్తాను.

$a(b+c) = ab + ac$ అనే సూత్రం తీసుకోండి. ఇందులోని విషయాన్ని గుర్తులు వాడకుండా వివరించడానికి ప్రయత్నించమని విద్యార్థులకి చెప్పండి. మీరు చేసి చూపించండి. మూడంకెలున్నాయనుకుందాం, అందులోది మొదటి అంకెను మిగతా రెండంకెల మొత్తంలో గుణించినా, ఆ మొదటి అంకెని రెండో అంకెతోనూ, మూడో అంకెతోనూ విడివిడిగా గుణించి ఆ లబ్ధాలని కలిపినా, ఒకటే ఆన్సరు వస్తుంది. ఇంత వివరణని ఆ తెలియని అంకెలకి a ,b, c అని పేర్లు పెట్టి ఒక సూత్రం ద్వారా ఎంత హాయిగా చెప్పవచ్చో నచ్చచెబితే విద్యార్థికి గాబ్రా ఎందుకొస్తుంది?

నేను ఇక్కడ సూత్రాల ఉపపత్తుల్ని గురించి మాట్లాడడం లేదు. ఏ సూత్రం ఏంచెబుతుంది? అనే దాన్ని సూత్రం సాయంలేకుండా చెప్పడానికి ప్రయత్నిస్తే వచ్చే కష్టాన్ని గుర్తిస్తే చాలు. విద్యార్థులకి సూత్రాల ప్రయోజనం అర్థమై వాటిని నేర్చుకోడం, వాడడం మీద ఆసక్తి పెరుగుతుంది. సాంకేతిక భాష నేర్చుకొనేందుకు, అలవాటు చేసుకునేందుకు ఉత్సాహపడతారు. ఒక ముఖ్యమైన విషయం. పిల్లలు ప్రశ్నలు వేసినప్పుడు వాళ్లని కోప్పడకూడదు. ప్రశ్నించేతత్వం ద్వారానే ఏ శాస్త్రం అయినా ఆలోచనకి, తద్వారా అవగాహనకీ, పైమెట్టుగా సృజనకి దారి తీస్తుంది. ప్రశ్నించడం, తర్కించడం ప్రతిశాస్త్రానికీ, ప్రతివిద్యార్థికీ, ప్రతీ టీచరుకి నిత్యావసరం. గణితశాస్త్రానికి మరింత అవసరం. ప్రతీ శాస్త్రానికి కొన్ని ప్రాథమిక విశ్వాసాలు (గణితశాస్త్ర విభాగాలలో వీటిని స్వీకృతాలు అంటాము) పునాదిగా అంగీకరించి వాటినుంచి తార్కికంగా శాస్త్ర సిద్ధాంతాలను రాబట్టి, ఆ వచ్చిన ఫలితాలు అనుభవం ద్వారా లేదా ప్రయోగం ద్వారా సరిచూసుకుంటాం

(verification) ఉదాహరణకు ప్రపంచంలో వస్తువుల కదలిక (Motion)కి సంబంధించిన భౌతికశాస్త్ర విభాగానికి (Dynamics) న్యూటన్ గారి మూడు సూత్రాలూ, గురుత్వాకర్షణ సూత్రము పునాది.

అట్లాగే జ్యామితి (Geometry) అనే గణితశాస్త్ర విభాగానికి బిందువు, సరళరేఖ, సమతలం వీటికి సబంధించిన యూక్లిడ్ స్వీకృతవ్యవస్థని పునాదిగా భావిస్తాం. యూక్లిడ్ సమాంతర స్వీకృతం (Parellel postulate) గురించి మీరంతా వినే ఉంటారు. దీనిని అంగీకరించకుండా దీని బదులు వేరే స్వీకృతాన్ని పెట్టుకుని కొన్నింటిని సృష్టించారు కూడా. ముఖ్యమైన సంగతి ఏమిటంటే ఏ శాస్త్ర విభాగానికైనా తీసుకున్న స్వీకృతాల (axioms లేదా theory) నుంచి తార్కికంగా పరస్పర విరుద్ధమైన సిద్ధాంతాలు ఉద్భవించకూడదు. ప్రయోగాత్మక శాస్త్రాలలో ఒక థియరీ నుంచి అనుభవానికి విరుద్ధమైన ఫలితం రాకూడదు. ఈ రకమైన చర్చ అంతకీ నిర్దుష్టమైన భాషా జ్ఞానం అత్యంత ఆవశ్యకం.

మా గురువుగారు ఆచార్య వొమ్మి రామస్వామిగారు వారానికి ఒక పిరియడ్ కేటాయించి ఎం.ఏ. విద్యార్థులకు ఆంగ్లంలో భావాన్ని స్పష్టంగా తెలియజేయడం నేర్పేవారు. చర్చ అంతా తెలుగులోనే జరిగేది. ముందుగా చెప్పదలచినదాన్ని సూటిగా తెలుగులో చెప్పించి తరువాత ఇంగ్లీషులో చెప్పడం అలవాటు చేసేవారు. ఆంగ్ల వ్యాకరణం కూడా కొంత అభ్యాసం చేయించేవారు. Clause analysis, changing degrees of comparison, opposite sentence construction వంటివి విద్యార్థుల చేత చేయించేవారు. నిజానికి మా డిపార్టుమెంటులో మేమంతా సిద్ధాంతాలు, ఉపపత్తులు ఇంగ్లీషులో (అవసరం కాబట్టి) చెప్పినా, చర్చ అంతా తెలుగులో జరిపేవాళ్లం. విద్యార్థులు సందేహాలని తెలుగులో అడగడం వాటిని మేం తెలుగులో నివృత్తి చేయడం జరిగేది. విద్యార్థులచేత ఉపపత్తులు చెప్పించి మేం ఎదురు ప్రశ్నలు వేసేవాళ్లం.

హైస్కూలు గణితంలో స్థిరరాశులు, చలరాశులు అంటే constants, variables అనే పదాలు తటస్థపడుతుంటాయి. నా అభిప్రాయంలో రాశులు అనేది వ్యర్థపదం.

గణిత బోధనలో భాషపాత్ర

– పి.వి. కృష్ణయ్య (ఆంధ్రవిశ్వకళాపరిషత్ గణితశాస్త్రశాఖలో విశ్రాంతాచార్యులు)

గణితంలో మొదట సంఖ్యలు, తరువాత సమితులూ, మూలకాలు (sets, elements) వగైరాలు మాత్రమే ప్రధానపాత్రలు.

ఇంగ్లీషులో quantities తెలుగులో రాశులూ అనేవి అనవసరపదాలు.

మనం వాడే గుర్తులు మాత్రమే Variable symblols, Constant symbols అని వింగడించుకోవచ్చు. Constant symbols అంటే నామవాచకాలు (ప్రస్తుతానికి సంఖ్యలలోనే) Variable symbols అంటే సర్వనామాలూ అని అర్థం చేసుకుంటే చాలా సమస్యలు తొలగిపోతాయి. అనేది ఒక ప్రత్యేక సంఖ్యని, ఈ సందర్భంలో ఆద్యంతమూ సూచిస్తుంది. పెద్ద సంఖ్యనైనా ఒక చిన్నగుర్తుతో సూచిస్తామన్నమాట. Variable symbols అనేది (ఒకసమితికి చెందిన) ఏ సంఖ్య అయినా కావచ్చు. అంటే సర్వనామంలాంటి దన్నమాట గణిత బోధనలో వ్యాకరణం వచ్చిందిక్కడ. ఈ Variables అంటే Variable symbols ఒక వాక్యం (Statement or Assertion)లో వాటికి సంబంధించిన ఏ వివరణా లేకుండా తటస్థపడితే అలాంటి వాక్యానికి అర్థం ఏర్పడదు. అటువంటి వాటిని వివృతవాక్యాలు అంటాము. ఆ సింబల్ స్థానంలో తెలిసిన సంఖ్యలని (మూలకాలని) ప్రతిక్షేపించినప్పుడే వాక్యానికి అర్థం ఏర్పడుతుంది. ఈ చర్చ ఇంతటితో ఆపుదాం. Constant అనే మాట ప్రమేయవాదంలో కూడా తటస్థపడుతుంది. పమ్రేయానికి శాస్త్రీయ నిర్వచనం (ప్రత్యేక లక్షణాలున్న సంబంధం అని) మొదట్లో చెబితే అర్థంకాకపోవచ్చు కాబట్టి ఈ విధంగా చెప్పవచ్చు.

ప్రమేయాన్ని ఒక 'మాయాదర్పణం'గా ఊహించవచ్చు. ప్రతీ ప్రమేయమూ ఒక మాయా దర్పణమే. ఒక ప్రమేయాన్ని f అనే సంకేతంతో సూచిద్దాము. f ముందు x అనే సంఖ్యను నిలబెడితే (x అనేది f యొక్క ప్రదేశం అనగా Domainలో ఉండాలి) f అనే మాయాదర్పణంలో కనబడే ప్రతిబింబాన్నే f (x) అంటాం. దీనినే f లో x ప్రతిబింబం అని పిలుస్తాం. మామూలు అద్దాల లాగా వస్తువు, ప్రతిబింబము ఒకటే కానక్కరలేదని గమనించాలి. ఇప్పుడు ఒక మాయాదర్పణం (ప్రమేయం) ముందు ఏ సంఖ్యను నిలబెట్టినా ప్రతిబింబం మారకుండా ఒకే సంఖ్య అయిందనుకోండి. అంటే x ఏదైనా f (x) మాత్రం

ఒకే సంఖ్య K వస్తోంది అనుకోండి. అటువంటి ప్రమేయాన్ని స్థిరప్రమేయం Constant function అంటాము.

సమీకరణం (equation) అంటే ఏమిటి? సమీకరణానికి, సూత్రానికి తేడా ఏమిటి? సూత్రం ఒక విషయాన్ని చెబుతుంది. సమీకరణం తనని సాధించమంటుంది. అంటే సాల్వ్ చెయ్యమంటుంది. దీని భావం ఏమిటంటే సమీకరణాన్ని రాసినప్పుడు అక్కడ ప్రశ్నార్థక గుర్తు లేకపోయినా అది ఒక ప్రశ్న అని.

$6 \times + 7 = 8 \times + 3$

అనే సమీకరణం రాస్తే దాని అర్థం "× బదులు ఏ సంఖ్యని రాస్తే పైనున్న రెండు వైపుల సంఖ్యలూ సమానం అవుతాయి?" అని అడగడం అన్నమాట. దీన్ని సాల్వ్ చేయాలంటే ఏంచెయ్యాలి? అల్లాంటి సంఖ్య ఉందనుకుని దాని పేరు K అనుకుంటే

$6K + 7 = 8K + 3$

అవుతుంది. రెండు వైపులా 6 K ని తీసేస్తే

$7 = 2K + 3$

కావాలి. ఇప్పుడు రెండు వైపులా 3 తీసేస్తే

$4 = 2K$

కావాలి. దీని నుంచి $K = 2$ కావాలి అని సమాధానం వస్తుంది. ఇప్పుడు మొదటి సమీకరణంలో × బదులు 2 రాస్తే రెండువైపులూ సమానం అవుతాయని గమనించవచ్చు. దీనిని బట్టి $\times = 2$ అనేది ఒకటే ఈ సమీకరణానికి సాధన అని తెలుతుంది. నిజానికి ఈ తర్కమంతా సమీకరణ సాధనలో ప్రతి స్టెప్‌లోనూ మన మెదడులో నడవాలి. కొన్నాళ్లు ఆ విధంగా చెప్పిస్తే తరువాత సమీకరణాల సాధనలో పిల్లలకి గందరగోళం పోతుంది.

ఉన్నత తరగతుల్లో మొదటి తరగతి, రెండో తరగతి సమీకరణాలని సూత్రపద్ధతిలో సాధించడం తెలుసుకుంటారు.

 ISSN : 0973-3493

$ax + b = cx + d, a \neq c$

అని సమీకరణం ఇస్తే దానికి $x = \frac{d-b}{a-c}$

ఒకటే సాధన అని నేర్చుకుంటారు.

అలాగే $ax^2 + bx + c = 0$ అనే వర్గ సమీకరణానికి($a \neq 0$ కావాలి)

$$\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \quad \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

అనే రెండు సాధనలు మాత్రమే ఉంటాయని తెలుసుకుంటారు. సమీకరణాలన్నీ ఇలాగే ఉండక్కరలేదు.

ఉదాహరణకి

$$x + \sqrt{x^2 + 1} = 0$$

అనే సమీకరణం తీసుకుందాం. దీనికి ఒక సాధన ఉన్నదనుకొని దానికి K అనే పేరు పెడితే

$$k + \sqrt{k^2 + 1} = 0$$

కావాలి అంటే

$$\sqrt{k^2 + 1} = -K$$

కావాలి. రెండు వైపులా వర్గం చేస్తే

$$k^2 + 1 = k^2$$

కావాలి, అంటే 1=0 కావాలి. ఇది అసంభవం కాబట్టి పై సమీకరణానికి సాధన లేదు అని తార్కికంగా ఋజువైంది. ఇదంతా మాతృభాషలో బోధిస్తే అవగాహన అయినట్లు ఇతర భాషలలో బోధిస్తే అవగాహన కాకపోవచ్చు. బీజగణితం(Algebra) జ్యామెట్రీ (Geometry) కలనగణితం, టాపాలజీ ఇత్యాది అనేక గణితశాస్త్ర విభాగాలలో మాటలు లేకుండా స్టెప్స్‌లాగా కనిపించేవి ఎన్నో ఉంటాయి. ఆలోచించే వాళ్లకు ఆ స్టెప్స్‌లో ప్రతిదాని వెనకాల ఒక సంపూర్ణ వాక్యం, పైనున్న స్టెప్ నుంచి తరువాతి స్టెప్ తార్కికంగా ఎలా వస్తుంది? అన్న సంగతి మనసులో మెదులుతూనే ఉంటుంది.

అలా మెదులుతూ ఉండడమే అవగాహన. అది లేకుండా స్టెప్స్ బట్టీపట్టే వాళ్లు ఎప్పటికీ తమంతటతాము ఏ సిద్ధాంతానికి ఉపపత్తి చెప్పలేరు. తమంతట తాము దేనినీ కనుక్కోలేరు. ప్రపంచంలో అది వరకు తెలిసినదైనా సరే మనంతట మనం ఒక సూత్రాన్ని కనుక్కోగలగడంలో గొప్ప ఆనందం ఉంది. ఇదంతా కూడా ఆలోచన ద్వారా లభిస్తుంది. శ్రీనివాస రామానుజన్ హైస్కూలులో చదువుకునే రోజుల్లో అతనికి ఎవరో ఒక పుస్తకం ఇచ్చారట. దానిలో 6వేల సూత్రాలున్నాయట. అవన్నీ గణితంలో అదివరకు ఋజువైన సిద్ధాంతాలే ఉపపత్తులు ఆ పుస్తకంలో లేవు. అందులో కాలేజీ విద్యార్థులకు కూడా తెలియని సూత్రాలు చాలా ఉన్నాయట. రామానుజన్ తీరిక సమయాల్లో వాటన్నిటినీ స్వయంగా ఋజువు చేశాడట. ఆ అనుభవంతో తరువాత తానే కొత్త సిద్ధాంతాలు కనిపెట్టాడట. ఆలోచనకి ఆధారం భాష. ఆ విధంగా ఒక శాస్త్రాన్ని నేర్పాలన్నా, నేర్చుకోవాలన్నా భాష ప్రముఖ పాత్ర వహిస్తుంది. ఆ భాషలో స్పష్టత ద్వారా మన ఆలోచనలోనూ మన తర్కంలోనూ స్పష్టత, నిర్దుష్టత ఏర్పడుతుంది. ఆధ్యాత్మిక ప్రవాచకులు కొందరు (అందరూ కాదు) తాము చెప్పే దైవ మహిమలను ఎంత మాత్రం తర్కించకుండా విశ్వసించాలని అంటూ ఉంటారు. శిష్యుడెప్పుడూ గురువుతో వాదించకూడదని అలా చేస్తే పారమార్థిక విద్య అలవడదని అంటారు. ఒక మహాత్ముని సూక్తి వినిపిస్తారు.

తెలివి తర్కమింగితము నే దేవుడు మన
కిచ్చెనో అతడే మన మెపుడు వాని
వాడ కూరక పారవైచ వలె ననుచు
కోరునని నేను నమ్మగా నేర నసలు

కొన్ని గణిత సిద్ధాంతాలు గొప్ప జీవిత సూత్రాలను ఆవిష్కరిస్తాయి. వాస్తవ సంఖ్యలను గూర్చిన ఆర్కిమెడీస్ సిద్ధాంతాన్ని గమనించండి.

B ఒక ధన సంఖ్య అనుకోండి. ఏ సంఖ్య A ఇచ్చినా

$$N \times B > A$$

అయ్యేటట్లు ఒక సహజ సంఖ్య N ఉంటుంది. సంఖ్య A మనకీ, మన లక్ష్యానికీ మధ్య దూరం అనుకుందాం. సంఖ్య B . మన 'అంగ' తాలూకు కొలత అనుకుందాం. పై సిద్ధాంతం ఏం చెబుతుంది? 'అంగ' ఎంత చిన్నదైనా, లక్ష్యం ఎంతదూరంలో ఉన్నా తగినన్ని అంగలు వేస్తే లక్ష్యాన్ని తప్పక అధిగమించవచ్చు అనే నీతిని బోధిస్తుంది.

చూడడానికి, వినటానికి రెండూ విభిన్నంగా, ఒకదానితో పొసగని పదార్థాలుగా కనిపించే ఆంశాలు గణితం, కవిత్వం. ఈ రెండిటికీ సమన్వయం ఏమిటనేది సాధారణంగా చర్చకు రాని అంశం. అర్థం కాని అంశం. ఇంకా మాట్లాడితే గణితానికి, కవిత్వానికి మధ్య సంబంధం గురించి మాట్లాడడం అనేది ఓ పిచ్చివాడి ప్రేలాపన. ఎందుకంటే సాధారణ అర్థంలో సాహిత్యం లేదా కవిత్వం అనేది భాషకు సంబంధించిన అంశం. కొన్ని ఊహలు, వాస్తవ సంఘటనలు, కల్పనలు ప్రాతిపదికగా రచన లేదా కవిత్వం సాగుతుంది. గణితం విషయానికి వస్తే ఏవో కొన్ని అంకెలు, సంఖ్యలు, దత్తాంశాలు, సిద్ధాంతాలు, నిరూపణలు, నిర్మాణాలు కనిపిస్తాయి. ఇదంతా బాహ్య పరిశీలన. ఈ కోణంలో ఈ రెండూ శాస్త్రాలకు లంకె ఏమీ ఉండదనే అనిపిస్తుంది. కానీ, కొద్దిగా అంత: పరిశీలన చేసి చూస్తే ఈ రెండు శాస్త్రాలూ ఒకదానితో మరొకటి సుస్పష్టమైన అంతర్గత సంబంధం కలిగి ఉన్నాయనేది తెలుస్తుంది. ప్రాచీన సాహిత్యం నుంచి నేటి సాహిత్యం వరకు అనేక ప్రక్రియల్లో ఈ విషయం స్పష్టమవుతుంది. ముందుగా ప్రాచీన సాహిత్యంలోని కొన్ని అంశాలు తీసుకుందాం. మనందరికీ తెలిసిన అతి ప్రాచీన హైందవ యంత్రం శ్రీ చక్రం. తిరుపతి వేంకటేశ్వరస్వామి వారి దేవాలయం నుంచి సాధారణ వ్యాపార దుకాణాల వరకు ఈ యంత్రాన్ని పూజలో ఉంచుతారు. వేదాంగ జ్యోతిష్యమనే గ్రంథంలో ఈ యంత్రం గురించిన ఒక ధ్యాన శ్లోకం ఉంది. అదేమిటంటే..

బిందు త్రికోణ వసుకోణ దశార యుగ్మం
మన్వస్ర నాగదళ షోడశ సంయుతారం
వృత్త త్రయం చ ధరణీ సదన త్రయం చ
శ్రీచక్రరాజ ముదితం పరదేవతాయా: ॥

గణితం – సాహిత్యం జాతీయ సదస్సులో సమర్పించిన పత్రం

దేవతలు, వారి అపూరూప మానవాతీత శక్తుల విషయాన్ని పక్కన పెట్టి, ఈ శ్లోకాన్ని పరిశీలన చేస్తే శ్రీ చక్ర యంత్రంలోని అద్భుతమైన గణిత విశేషాలు మనకు కనిపిస్తాయి. బిందువు, త్రికోణం, అష్ట కోణాలు, వృత్తాలు.. ఇలా శ్రీ చక్రంలో ఉంటే ఎన్నో గణిత నిర్మాణాలను ఈ శ్లోకం ద్వారా వివరించటం జరిగింది. ఎన్నో వేల సంవత్సరాల నుంచి మనదేశంలో శ్రీ చక్ర యంత్రం పూజలందుకుంటోంది. అంటే అతి ప్రాచీనకాలంలోనే మన దేశంలో గణిత వికాసం జరిగిందనీ, ఆ గణిత విజ్ఞానాన్ని ప్రజలకు అందించటానికి ప్రాచీన భారతీయ విజ్ఞానవేత్తలు సాహిత్యాన్ని ఆధారంగా చేసుకున్నారని స్పష్టమవుతోంది.

భాస్కరాచార్యుడు మనదేశంలోని ప్రాచీన గణిత శాస్త్రవేత్తల్లో ప్రముఖుడు. ఆయన రాసిన లీలావతి గణితం ఎంతో ప్రాచుర్యాన్ని పొందింది. గ్రంథం అంతా (శ్లోకసాహిత్యం ఆధారంగానే) సాగింది. లీలావతి గణితంలోని ఒక ఉదాహరణ తీసుకుందాం.

బాలే! మరాలకుల మూల దలాని సప్త
తీరే విలాస భర మంధర గాణ్య పశ్యమ్
కుర్వచ్చ కేలి కలహం కలహంస యుగ్మం
శేషం జలే వద మరాల కుల ప్రమాణమ్!!

ఈ శ్లోకానికి భావం ఏమిటంటే.. ఓ అందమైన సరస్సులో కొన్ని హంసలు విహరిస్తున్నాయి. అక్కడ ఎన్ని హంసలు ఉన్నాయో వాటి సంఖ్యామూలంలో 7/2 వంతు కేళీవిలాసంతో నెమ్మదిగా సరస్సు ఒడ్డుకు చేరుకున్నాయి. మిగిలిన రెండు హంసలు హాయిగా జలక్రీడలాడుతూ ఉంటే మొత్తం హంసల సంఖ్య ఎంత?

ఇదీ భాస్కరాచార్యుడు మనల్ని లీలావతి పేరుతో అడిగిన ప్రశ్న. సాధారణ గణిత భాషలో చెప్పాలంటే ఈ లెక్కను ఎక్స్ మైనస్ సెవెన్ బై టు ఎక్స్ అనే సమీకరణాన్ని సాధన చేయమని అడగాలి. ఇలా అడగటం కన్నా కవిత్వ ఛాయలో ఓ అందమైన సరస్సు, హంసలు అందులో ఆడుకోవటం.. ఇలా ఓ మధురమైన భావనను పరిచయం చేస్తూ లెక్కలు చేయించారు భాస్కరాచార్యుడు.

అంతేకాదు.. లెక్క ప్రారంభంలోనే బాలే! అంటూ ఆప్యాయంగా పలకరిస్తూ తన లెక్కను వివరించారు భాస్కరాచార్యులు. దీనివల్ల ఏదో లెక్కలు చేయటం మొదలు పెట్టామనో, ఇప్పుడు మనం లెక్కలు చేయాలనో పాఠకుడికి లేదా సాధకుడికి అనిపించదు. ఏ మాత్రం కష్టమనే భావన లేకుండానే సమస్యను సాధించడానికి అతడు సమాయత్తమవుతాడు. ఈ ఉదాహరణ ద్వారా కూడా నిరూపితమైన సత్యం ఏమిటంటే.. గణిత సమస్యలను సాధారణ గణిత సమీకరణాల కన్నా ఎంతో తేలికగా కవిత్వం ద్వారా వ్యక్తీకరించవచ్చు అని.

మన ప్రాచీన గణిత శాస్త్రవేత్తలో ప్రసిద్ధి పొందిన మరొక వ్యక్తి ఆర్యభట్ట. ఈయన ప్రకటించిన కటపయాది పద్ధతి అత్యంత మనో వైజ్ఞానికమైందిగా పాశ్చాత్యులు సైతం అంగీకరించారు. అక్షరాలకు, అంకెలకు మధ్య ఓ సంబంధాన్ని ఏర్పరచి, అతి పెద్ద సంఖ్యలను సైతం అతి తేలికగా గుర్తుంచుకునే విధానం ఇది. దీని ద్వారా సాధారణంగా అందరూ గణిత పరిభాషలో చెప్పుకునే 'పై' విలువను 22 స్థానాల వరకు అతి తేలికగా గుర్తుపెట్టుకోవచ్చు. అంటే.. ఆర్యభట్ట కూడా సాహిత్యాన్ని లేదా కవిత్వాన్ని తన గణిత ఆవిష్కరణను ప్రకటించటానికి ఉపయోగించుకున్నారనే విషయం రూఢి అవుతోంది. ఇవన్నీ సంస్కృత సాహిత్యానికి సంబంధించిన ఉదాహరణలు. ఇక తెలుగు సాహిత్యాన్ని పరిశీలిస్తే.. తెలుగులో వచ్చిన మొట్టమొదటి గణిత గ్రంథం పావులూరి మల్లన రాసిన గణిత సార సంగ్రహం. ఇది మహావీరాచార్యుడు సంస్కృతంలో రాసిన సార సంగ్రహ గణితానికి అనువాదం. మల్లన గణితం పూర్తిగా పద్య కవిత్వం లేదా పద్య కావ్యం. ఈ ప్రకారం చూస్తే తెలుగులో గణిత వికాసం మొదటిగా కవిత్వ రూపంలోనే జరిగిందనేది సుస్పష్టం. ఇందులో వాదవివాదాలకు తావులేదు.

మల్లన గణితంలోని సీస సద్యం బాగా వ్యాప్తిలో ఉంది. **'ఖర్జూర ఫలములు గణకుండు కొని తెచ్చి సగపాలు మోహంపు సతికినిచ్చె...'** అంటూ ఆ పద్యం సాగుతుంది. చివరగా ఈ పద్యంలో పేర్కొన్న వ్యక్తి ఎన్ని ఖర్జూర ఫలాలు కొనుగోలు చేశాడు? ఎవరెవరికి ఎన్నెన్ని ఫలాలు ఇచ్చాడు? అని ప్రశ్న ఉంటుంది.

భాగాహారాలు, శాతాలకు సంబంధించిన ఈ ప్రశ్నను ఇలా పద్యరూపంలో అడగటం వల్ల ఏ మాత్రం కష్టంలేకుండానే సాధకుడు ఫలితాన్ని కనుగొనటం ప్రారంభిస్తాడు. తడకమళ్ళ వేంకట కృష్ణారావు రాసిన ఆంధ్ర లీలావతిలోని ఓ పద్యం ఇది.

సౌధతలమున విహరించె సప్తమాంశ
మష్టమూలంబు శయన గృహాంతరమున
జనగ యేబది యారుండె జాలకముల
గృహ కపోత గణమ్మెంత మహత కీర్తి!

ఈ పద్యం భావం ఏమిటంటే మొత్తం పావురాల్లో ఏడో వంతు మేడ మీద ఉన్నాయట. వాటిలో అష్టమూలం అంటే ఎయిత్‌రూట్ పడక గదిలో ఉన్నాయట. మిగిలిన 56 పావురాలు వలలో చిక్కుకున్నాయట. అయితే మొత్తం పావురాలు ఎన్ని అనేది సమస్య. దీన్ని గణితాత్మకంగా ఓ సమీకరణంగా రాయటం కన్నా ఓ ఇంట్లో పావురాలు ఉన్నాయి, వాటిలో కొన్ని పడకగదిలో ఉన్నాయంటూ చెప్పటం వల్ల విద్యార్థికి లెక్క చేయాలనే ఉత్సాహం కలుగుతుంది. పావురాలంటే పిల్లలకు ఆసక్తి. రోజువారీ మాట్లాడు కునే ఇల్లు, పడకగది, వల.. అన్నీ మన చుట్టూ ఉన్న విషయాలే కదా. ఇందులో కష్టం ఏముందనే భావం పిల్లాడికి కలుగుతుంది. తేలికగా లెక్క చేసేస్తారు. అంటే విద్యార్థికి గణితం అంటే ఏదో కష్టమైన విషయం అని భయం కలగకుండా మన చుట్టూ ఉన్నవే.. మనకు తెలిసినవే అనే భావం కలిగించి వారిని గణిత సమస్యల సాధన పట్ల ఉద్యుక్తులను చేయటంలో భాష ప్రధానమైన పాత్ర పోషిస్తుంది. కవిత్వం చేదోడుగా ఉంటే కష్టమైన గణితాన్ని ఇష్టంగా మార్చువచ్చని తడకమళ్ళ వేంకట కృష్ణారావు నిరూపించారు. ఇక, ఆధునిక కవిత్వాన్ని పరిశీలన చేస్తే, ఆరుద్ర వంటి మహానుభావులు సైతం తమ కవిత్వంలో గణితాంశాల్ని వ్యక్తీకరించారు. మరికొందరు తాము చెప్పదలచుకున్న కవిత్వ భావాన్ని గణితం ఆధారంగా వివరించారు. ఆరుద్ర రాసిన త్వమేవాహంలో 'పెద్దముల్లు' అనే కవితలు తీసుకుంటే శ్రామిక వర్గపు శ్రమను పెట్టుబడి దారులు దోచుకుతింటున్నారనే భావం చెప్పటానికి ఆయన పైథాగరస్ సిద్ధాంత భావాన్ని పూర్తిగా ఉపయోగించుకున్నారు.

కవితలో ఆసన్నభుజం, లంబం, చతురస్రం వంటి పదాలు ఉపయోగించారు.

ఆ కవిత ఇలా సాగుతుంది. దత్తాంశాలను పరిశీలించండి

చిన్న చిన్న చీమలు వగైరా – అడుగు భుజం
ఉత్పత్తి చేసే ఆహారం మీద ఆధారపడ్డ వారు – అడుగు బలం
ఈ భుజాల పరస్పర సంఘర్షణల ఫలితం
ఈ భుజాల కర్ణం మీది చతురస్రం
ఈ చతురస్రపు వైశాల్యం ఈజిక్వల్టు
రెండు విభిన్న భుజాలపై గల చతురస్రాల్లోని తమిస్రం

పూర్తిగా పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ఇది. అంటే ఆధునిక కవులు సైతం గణిత భావాల్ని వ్యక్తీకరించటానికి కవిత్వాన్ని ఆసరాగా చేసుకున్నారని తెలుస్తోంది.

ఇంకా ఆధునిక కాలంలోకి వస్తే...

ప్రేమ + మనసు మనసు కలపాలి
ప్రేమ – ఈర్ష్యా ద్వేషాలు తీసేయాలి
ప్రేమ X అమ్మానాన్నలను గౌరవించాలి
ప్రేమ ÷ కష్టాలను భాగించాలి
ప్రేమ = ఇష్టాలను మిగుల్చుకోవాలి
ఇదే ప్రేమ గణితం.. ఇదే ప్రేమ జీవితం

ఓ అజ్ఞాత యువ కవి రాసిన కవిత్వం ఇది. ప్రియురాలికి తన ప్రేమను వ్యక్తీకరించటానికి కవిత రాసినా అందులోనూ గణితాన్ని పునాదిగా చేసుకున్నాడా కవి.

ఆధునిక కవిత్వంలోనూ గణితానికి ప్రముఖ స్థానమే ఉందనటానికి ఇదొక నిదర్శనం.

మరో పద్యం చూద్దాం

ఆరునొక్కట్ల నొడుపుగా నమరబెట్టి
యంత గుణకంబు చేతను నమర బెంచి
సొరిది వర్ణించి జనులకు జోద్యముగను
హిమకరోపమ లబ్ధంబు నెనయ వచ్చు

ఆరు ఒకట్లను అంటే ఆరు ఒకట్లు వరుసగా రాయగా వచ్చిన సంఖ్య.. 1, 11, 111.. ఒక లక్షా పదకొండు వేల నూట పదకొండును అదే సంఖ్య చేత గుణిస్తే లబ్ధం ఎంత వస్తుందనేది ఈ పద్యానికి భావం. ఇక, దీనికి సమాధానం చూద్దాం

ఒకపరి నెక్కు చంద్రునకు ఒండొక మారున తగ్గు తేజమున్
ప్రకటిత యాంధ్ర తేజచతురంబగు ప్రశ్నకు యత్తరంబిదే
ఒకపరి వ్రాయుమీ వరుస నొండొక మారున ముందు వెన్కలన్
ఒకటియు, రెండును, మూడులను ఒప్పుగ నాలుగు ఐదు యారులున్॥

ఒకటి, రెండు, మూడు, నాలుగు, ఐదు, రాసి ఆ తర్వాత ఐదు నుంచి ఒక్కొక్కటి తగ్గిస్తూ ఒకటి వరకూ రాయాలనేది ఈ పద్యానికి భావం. అంటే లెక్కల్లో చెబితే దీని సమాధానం 12,34,56,54,321. చూడండి. ఎంత తేలికగా సమాధానం గుర్తుపెట్టుకోవచ్చు. ఈ సమాధానాన్ని పద్య రూపంలో కాకుండా గణితాత్మకంగా గుర్తు పెట్టుకోవాలంటే.. వందల కోట్ల స్థానాల నుంచి గుర్తు పెట్టుకోవాలి. ఆంగ్ల మాసంలో అయితే బిలియన్లు, ట్రిలియన్లు గుర్తుపెట్టుకోవాలి. అలా కాకుండా భాషను ఉపయోగించటం వల్ల ఎంత తేలికగా ఉందో మనం గమనించవచ్చు. పద్యంలోని చివరి పాదం చూడండి. ఒకటియు, రెండును, మూడులును ఒప్పుగ నాలుగు ఐదు యారులున్.. ఒకటి నుంచి ఆరు వరకు రాసి ఆ తర్వాత ముందు వెనుకలుగా రాయమని మూడో పాదంలో ఉంది. ఎంత తేలికగా సమాధానం వచ్చిందో గమనించండి.

తెలుగు సాహిత్యంలో జనసామాన్యానికి అతి చేరువైన సాహితీ ప్రక్రియ 'సామెతలు'. తన మొత్తం జీవితకాలంలో కనీసం ఒక్క సామెత కూడా ఉపయోగించకుండా ఉంటే మనిషి ఈ భూమ్మీద ఉండడనేది శాశ్వత సత్యం. కనీసం మాటల్లో అయినా అదేదో సామెత చెప్పినట్లు అంటారు. అంతగా మానవ జీవితంలో పెనవేసుకున్నాయి సామెతలు.

ఈ సామెతల్లో గణిత సంబంధమైనవి అనేకం ఉన్నాయి. ఆరు నూరైనా నేనాపని చేసి తీరతానంటాడు ఓ పెద్దమనిషి. అసలు ఆరు నూరు ఎందుకవుతుందనేది ఆయనకు అనవసరం. అలాగే, అమ్మబోతే అడవి కొనబోతే కొరివి అని వాపోతాడు ఓ వ్యాపారి.

అమ్మటం, కొనటం.. అందులో ఉన్న లాభనష్టాలు ఆయనకే వదిలేద్దాం. పదహారణాల తెలుగింటి ఆడపిల్లలా ఉందంటారు బొంబాయి నుంచి వచ్చిన తెలుగు రాని కథానాయిక. రూపాయికే దిక్కులేని ఈ రోజుల్లో ఇంకా ఈ అణాలు... అందులోను ఏదో లెక్కపెట్టినట్లు ఈ పదహారు అణాలేమిటంటే.. పదహారు అణాలు సుమారుగా ఈ నాటి రూపాయి అంటే 100 పైసలుకు సమానం. అంటే నూరుశాతం తెలుగింటి ఆడపిల్లలా ఉందని ఆ సామెతకు అర్థం. దిన దిన గండం నూరేళ్ళ ఆయుష్షుగా ఉంది నా పరిస్థితి అంటాడు ఒకాయన. క్షణం తీరిక లేదు దమ్మిడీ ఆదాయం లేదంటాడు మరొకాయన. ఇలా ఎవరెన్ని చెప్పినా వారందరి సాదకబాధకాలు వ్యక్తం చేస్తున్నది గణితాంశాల్లో అనేది సుస్పష్టం. అంటే అతి సామాన్యమానవుడు కపోల కల్పితంగా వచ్చే సామెతల్లో కూడా అనేక గణితాంశాలు ఉన్నాయనేది అత్యంత స్పష్టంగా ఋజువవుతోంది.

ఇక, గణిత బోధన విషయానికొద్దాం. సాధారణంగా గణితంలో భాషకు ప్రాధాన్యత ఉండదనే వాదన వినిపిస్తుంది. పాఠశాల నుంచి విశ్వవిద్యాలయ స్థాయి వరకు తరగతుల్లో ఎవరైన గణిత అధ్యాపకుడు భాష గురించి మాట్లాడినా, చేస్తున్న లెక్కల్లో భాషాదోషాలు పట్టుకున్నా విద్యార్థులే మ్యాథ్స్‌లో లాంగ్వేజ్ ఏంటి సార్? అంటూ సన్నాయి నొక్కులు నొక్కుతారు. ఇది విషయ పరిజ్ఞానం లేని వారు మాట్లాడే మాట. ఎందుకంటే... గణితానికి భాష అవసరం లేదు అనుకునేటట్లయితే మన లెక్కల పుస్తకాల్లో ఉన్న సమస్యలన్నీ అర్థం లేనివి అవుతాయి. ఆధునిక విద్యా విధానం విద్యార్థుల స్థాయికి అనుగుణమైన భాష వాడాలని చెబుతోంది. ఈ ప్రకారం చూస్తే సర్వసాధారణంగా అందరూ కష్టంగా భావించే గణితాన్ని అతి తేలికైన భాషలో విద్యార్థికి అర్థమయ్యే భాష ఉపయోగించి బోధన చేయాలి. కాబట్టి, గణితాన్ని అతి తేలికైన భాషలో విద్యార్థికి అర్థమయ్యే భాష ఉపయోగించి బోధన చేయాలి. కాబట్టి, గణితానికి భాష అవసరం తప్పని సరి అని బోధపడుతోంది.

రెండో అంశంగా గణితంలో వచ్చే సాంకేతిక పదాలు కొన్ని తీసుకుందాం. ఆవర్తనము, పరావర్తనము, లంబ కోణము, త్రిభుజము, పరిధి, వైశాల్యము.. ఇలా ఏ సాంకేతిక

పదాన్ని తీసుకున్నా అందులో గణితాంశం కన్నా భాషాంశం యొక్క ప్రాధాన్యత ఎక్కువగా కనిపిస్తుంది. లంబకోణము అన్న చోట లంబము, కోణము అనే పదాలు కాకుండా వేరే పదాలు వాడితే అర్థలోపం వస్తుంది. 90 డిగ్రీలు అనే అర్థం రావాలంటే లంబ అనే పదం వాడక తప్పదు. మూడు భుజాలు ఉన్నాయి కాబట్టి త్రిభుజము అన్నారు. ఇక్కడ త్రిభుజము అనే పదం కాకుండా మరొకటి ఊహించగలమా? అసాధ్యం.. అర్థం లేని విషయం అవుతోంది. కాబట్టి, సాంకేతిక పదాల విషయంలో అది గణితమైనా భాష ఆధారంగా లేకపోతే అభివృద్ధి సాధించలేదనేది సుస్పష్టం.

ప్రాచీన గణిత శాస్త్రవేతల రచనలు చూడండి. భాస్కరాచార్యుడు, ఆర్యభట్ట మరెవరైనా తమ గణిత శాస్త్ర పరిశోధనల్ని సంస్కృత భాష ఉపయోగించి, గ్రంథస్తం చేశారు. భాష లేకుండా పూర్తిగా గణితాత్మకంగా వారు విషయాన్ని చెప్పి ఉంటే ఈ క్షణానికీ అవి పిచ్చిరాతలుగానే మిగిలిపోయేవి. కేవలం సంస్కృతమే కాదు. ఏ భాష అయినా సరే, ఆ భాషలో వచ్చిన గణిత విజ్ఞాన వ్యాప్తికి ఆధారంగా నిలుస్తుంది. ఆర్కెమిడీస్ కూడా తాను చేసిన ఓ గణిత సాధనకు కవిత రూపంలో చెప్పినట్లు ఆయన జీవిత చరిత్రలో ఉంది.

మొత్తంగా ఈ చర్చవల్ల తేలిందేమింటంటే.. గణితానికి భాష పునాది. ఇందులో ఏ సందేహానికీ తావులేదు. భాష తోడు లేనిదే గణిత శాస్త్ర అభివృద్ధి జరగదు. కేవలం గణితమనే కాదు.. ఏ శాస్త్రమైనా, విజ్ఞానమైనా ఆయా శాస్త్రాల అభివృద్ధికి భాష చేదోడు ఎంతో అవసరం. ఎంతటి గొప్ప శాస్త్రవేత్త అయినా తాను కనుగొన్న సిద్ధాంతాలను, ఆవిష్కరణలను సమాజానికి అందించాలంటే అతనికి తప్పనిసరిగా భాషా సామర్థ్యం ఉండి తీరాలి. లేదంటే తాను కనుగొన్న విషయాలను తన మనసులోనే సమాధి చేయాల్సిన పరిస్థితి ఏర్పడుతుంది. ఎంచుకున్న భాషలోనే తన భావాన్ని ఆ శాస్త్రవేత్త కొంత కవితాత్మకంగా చెబితే, అది మరింత రాణింపునకు వచ్చి, పాఠకుల ఆదరణ పొందుతుంది. కాబట్టి, కవిత్వమొక తీరని దాహం. గణితం ఒక అంతులేని విజ్ఞానం.

ఒక వ్యక్తి జననం, మరణం ఆ వ్యక్తికి సంబంధం లేకుండానే జరుగుతాయి. జన్మించిన నాటి నుండి మరణించే వరకు మనిషి సుఖంగా జీవించడానికి విజ్ఞాన శాస్త్రం దోహద పడుతుంది. ప్రపంచంలో వివిధ జాతులు ఉన్నాయి. ప్రతి జాతికి దానిదైన ఒక తత్వం ఉంటుంది. భారతజాతికీ ఉంది. భారతీయ తాత్విక భూమికను అర్థం చేసుకోవాలనుకున్న వారెవరైనా వేదాలను చదివి అర్థం చేసుకున్నప్పుడే అది సాధ్యం అవుతుంది. భారతీయ వైజ్ఞానిక శాస్త్ర మూలాలు వేదంతో ముడిపడి ఉన్నాయనేది నిర్వివాదాశం. ఈ నేపథ్యంలో దేశ విదేశీ ప్రముఖుల, వైజ్ఞానికుల ఆలోచనలను పరిశీలిద్దాం.

A study of the hymns of the **Rg-veda** is indispensable for any adequate account of indian thought whatever we may think them, half formed myths or crude allegories obscure groupings or immature composition. Still they are the source of the later practices and a study of them is necessary for a proper understanding of subsequent thought. అంటారు డా. సర్వేపల్లి రాధాకృష్ణన్ తన ఇండియన్ ఫిలాసఫీ అనే గ్రంథంలో.

అథర్వవేదంలో వివరించిన శాస్త్రాలు మచ్చుకు కొన్నింటిని పరిశీలిద్దాం.

అథర్వవేదస్యార్థశాస్త్రం నీతి శాస్త్రం శస్త్రశాస్త్రం
విశ్వకర్మాదిప్రణీత శిల్ప శాస్త్రమ్॥

(చరణవ్యూహ – చతుర్థఖండ పు. 48)

అథర్వవేద ఉపవేద మయిన అర్థవేదానికి 'శిల్పశాస్త్ర' మనికూడా పేరు. విశ్వకర్మ, త్వష్ట, మయుడు, దైవజ్ఞుడు మొదలగు శిల్పాచార్యులు రచించిన సంహితలు ఉన్నాయి. వీనియందు విమాన తారా భూగర్భాది విద్యలను అభ్యసించుటకు ఆరు ఏడు సంవత్సరాలు పడతాయని దయానంద సరస్వతి **సంస్కారవిధి** అనే గ్రంథంలో తెలిపాడు.

విశ్వకర్మ చేత రచింపబడిన అర్థవేదంలోని దశవిధ శిల్పవిద్యలు ఇవి 1) కృషిశాస్త్రం (Agricultural Engineering) 2) జలశాస్త్రం (Water Management) 3) ఖనిజశాస్త్రం (Mining and Metallurgy) 4) నౌకాశాస్త్రం (Ship Building) 5) రథశాస్త్రం (Science of Chariots or Automobile Engg.) 6) విమానశాస్త్రం (Aeronautics) 7) వాస్తుశాస్త్రం (Architecture) 8) ప్రాకార శాస్త్రం (నగర సంరక్షణార్థం దుర్గప్రాకార నిర్మాణ శాస్త్రం - (Construction of Forts and Compounds) 9) నగర రచనా శాస్త్రం (Town Planning) 10) యంత్ర శాస్త్రం (Machanics-Science of Machinary)

The modern Science has started from the eighteenth century. In reference to ancient India, Hindus were using proper units to m**easure the fundamental Physical quantities which must have been used to unfold mystery of nature. It will be interesting to note that the laws of mechanics and gravitational, electrical charges were well known to them. Instead of inventing parallels, the proper study of ancient literature should be made so that we may meet challenges of the new millinium.**

Measurements

ఋగ్వేదం (చరిత్ర ప్రకారం క్రీ.పూ. 4500 - 2500 వరకు), సూర్య సిద్ధాంతం, మయమతం మొదలగు శిల్ప శాస్త్రగ్రంథాలు అనుసరించిన కొలతలను పరిశీలించండి.

మయమతంలోని మానోపకరణం.

8 పరమాణువులు	=	1 రథరేణువు
8 రథరేణువులు	=	1 వాలాగ్రం
8 వాలాగ్రాలు	=	1 లీక్ష
8 లీక్షలు	=	1 యూక
8 యూకలు	=	1యవ
8 యవలు	=	1 అంగుళం
12 అంగుళాలు	=	1 వితస్తి
2 వితస్తులు	=	1 హస్తము
4 హస్తాలు	=	1 దండము
8000 దండాలు	=	1 యోజన

పురుష సూక్తంలోని విరాట్ పురుషుని వర్ణన పరిశీలిస్తే దానిలో భూమి గోళాకారంగా ఉందని తెలియజేయడమే కాకుండా భూమి చుట్టుకొలత గణన చేసే విధం కూడా వివరించింది.

సహస్ర శీర్షా పురుషః సహస్రాక్ష స్సహస్రపాత్।

స భూమి విశ్వతో వృత్వా అత్యతిష్ఠ ద్దశాంగుళమ్॥ - పురుషసూక్తం

ఈ మంత్రం అర్థం ఇది. సహస్రశీర్షా 1000 సహస్రాక్షః (2000) సహస్రపాత్ (2000) పరిమాణవాను పురుషః (గోళం) సఃదశ - అంగుళం (హస్తమానానికి ఒక అంగుళం) పరితః బహిర్బాహిః భూమి (The Earth) అవతిష్ఠతి

భూమి చుట్టుకొలత = 1000 X 2000 X 2000 X 24/25 అంగుళాలు = $4X10^9$ X24/25 X 1/96 దండాలు = 4 X 10^7 దండాలు.

ఆధునిక విజ్ఞాన శాస్త్రం ప్రకారం భూమి చుట్టు కొలత $4X10^7$ మీటర్లు. అతిపురాతన భారతీయ విజ్ఞానం ఆధునిక విజ్ఞానం దాదాపుగా ఒకే విలువను సాధించడం - ఆశ్చర్యమే - అయినా యథార్థమే.

కొందరు అంతగొప్ప ఇంజనీరింగ్ సమాజానికి సామాన్యునికి ఉపయోగ పడిందా? అని ప్రశ్నిస్తుంటారు. నిజవేమరి సర్వశాస్త్రాలు చివరిగా సామాన్యునికి ఉపయోగపడినప్పుడే కదా! సార్ధకత. క్రింది చారిత్రిక సంఘటన ఒక నాటి యదార్థాన్ని కళ్ళముందు ఉంచుతుంది చూడండి.

మలబారు, బెంగాలు ప్రాంతాలలో తూర్పుఇండియా వర్తక సంఘం ప్రతినిధి వారి నాగలి (Coult) ప్రవేశపెట్టటానికి చేసిన ప్రయత్నంవలన రైతులలో వ్యతిరేకత మొదలయింది. నిజానికి ఇనుపకర్రు కల్గిన (కోజి) నాగలిని పూర్వకాలం నుండి భారతీయులు ఉపయోగిస్తున్నారు. దీని ప్రస్తావన 'పెరుమ్ పనట్రుప్పాడై' అనుగ్రంథంలో ఉంది. దానిని భారతీయ రైతులు వివేకంతో నేల స్వభావాన్ననుసరించి ఉపయోగిస్తున్నారు. ఉదాహరణకు సారవంతమైన కావేరి తీరప్రాంతంలో తేలికపాటి నాగళ్లను తొండమండలంలేదా కొంగుమండలం లోని మెట్టప్రాంతాలలో 4 ఎద్దులతో లాగే బరువైన నాగళ్లను ఉపయోగిస్తున్నారు. ఇంకను శ్రీ కృష్ణదేవరాయల మంత్రి మాధవ విరచిత పరాశర మాధవీయంలో ఆరులేక ఎనిమిది ఎడ్లతో లాగే నాగళ్ళు ఉపయోగించే వారని వాటి వలన దిగుబడి తగ్గిందని గుర్తించారు. డెల్టా ప్రాంతంలో ధాన్యం దిగుబడి 1:12 లేదా 1:20గా ఉంది. హామిల్టన్ బుచ్చన్ రాతలవలన శ్రీరంగపట్నం ప్రాంతంలో రాగుల దిగుబడి 18వ శతాబ్దంలో 1:40గా ఉంది.

ఇదే కాలంలో ఐరోపాలో దిగుబడి 1:4 నుండి 1:6 మాత్రమే. రైతులు నూతన సాంకేతిక జ్ఞానంతో రూపొందించిన నాగలి వాడకపోవడానికి కారణం కొత్తదనాన్ని ఆహ్వానించే ఉత్సాహం భారతీయ రైతులకు లేకపోవుటం కాదని, అనూచానంగా వస్తున్న నాగలి అక్కడి అవసరాలకు తగియుండటమే ప్రధాన కారణమని 1820లో అలెగ్జాండర్ వాకర్ మలబారు నాగలి గురించి తన అభిప్రాయాన్ని తెలిపాడు.

భారతీయశిల్పులు జనసామాన్యానికి ఉపయోగపడినా ఆయా విషయాలు సమకాలీన చరిత్రలో అతితక్కువగా నమోదయ్యాయి. అట్టి పరిస్థితికి కారణాలు అనేకం. ఆ కారణాలను ఇక్కడ వివరించడం అనుచితం కావున వదిలివేస్తున్నాను.

లోహ సంగ్రహణం – రసాయన శాస్త్రం

Metallurgy appears prominently in the subjects related to science in Samskrit Literature. In addition to steel making, the glorious tradition of metallurgy in India includes production and use of Gold, Silver, Lead, Tin etc., alloy making techniques of Brasses and Bronzes and operations like Smithy and Casting. The samskrit references are available even on **Powder Metallurgy** in Ancient and Medieval India. These references are observed in well known works of **Mayamat, Vastumanikya Ratnakar, Rasaratna Samuchchaya,** etc., An earlier example of Indian Skill in casting metals is found in the famous Delhi Iron Pillar, at Kutub Minar Gardens, Delhi. To this day, the method by which it was produced is a **mystery greater than the buildings of the Pyramids.**

నలచక్రవర్తి కాలం నాటికే విద్యుద్దీపాలు ఉండేవన్నా, దేవతలు విమానాలెక్కి ఆకాశ సంచారం చేశారన్నా ఈనాటి వారిని కలవరపెడతాయనేది మరొక అంశం. అగస్త్య సంహితలో విద్యుద్ఘట నిర్మాణ వివరణ, దానినుపయోగించి నీటిని విద్యుద్విశ్లేషణం చేసి ప్రాణవాయువు (Oxygen) మరియు ఉదానవాయువు (Hydrogen) లను ఉత్పత్తిచేసి, ఉదానవాయు సహాయంతో విమానాలు (Flying Machines) నిర్మించే విధానం వర్ణించబడి ఉంది. చూడండి.

సంస్థాప్య మృణ్మయే పాత్రే తామ్రపత్రంసుశోభితమ్।
ఛాదయేచ్ఛిఖిగ్రీవేణ చార్ద్రాభిః కాష్ఠపాంసుభిః॥
దస్తాలోష్ఠోనిఘాతవ్యః పారదాచ్ఛాదితస్తతః ।

సంయోగాజ్జాయతే తేజో మైత్రావరుణసజ్ఞితమ్॥

అనేన జలభంఽగోస్తి ప్రాణోదానేషు వాయుషు।

ఏవం శతానాం కుంభానాం సంయోగః కార్యకృత్ స్మృతః॥

వాయుబంధకవస్త్రేణ నిబద్ధో యానమస్తకే।

ఉదాను స్వలఘుత్వే విభర్త్యాకాశయానకమ్॥

ఈ వివరణ వోల్టాఘుట నిర్మాణాన్ని పోలి ఉంది. యానపాత్ర (Flying Machines) నిర్మాణం వివరించబడింది.

సివిల్ ఇంజనీరింగ్

సివిల్ ఇంజనీరింగ్‌లో మన పూర్వులు సాధించిన రెండు విషయాలను ముచ్చటిస్తాను. రామసేతు నిర్మాణం గురించి బాలరామాయణం యుద్ధకాండలో ప్రస్తావించబడింది. సీతజాడ తెలిసికున్న రామచంద్రుడు లంకపై యుద్ధానికి బయలుదేరాడు. రామదండు సముద్రం దాటడానికి వంతెన (సేతువు) నిర్మించి సహాయపడినవాడు నలుడు. ఈ విషయం వాల్మీకిరామాయణం లో ప్రస్తావించబడింది.

అయం సౌమ్య నలో నామ తనయో విశ్వకర్మణః,

పిత్రా దత్తవరః శ్రీమాన్ ప్రీతిమాన్ విశ్వకర్మణః. –వాల్మీకి

రామాయణం–యు.కాం–44

ఓ సౌమ్యుడా! ఈ నలుడు విశ్వకర్మ కుమారుడు. శ్రీ మంతుడైన ఇతనికి తండ్రి వరాలను ఇచ్చాడు. ఇతడు విశ్వకర్మతో సమానుడు.

మమ మాతుర్వరో దత్తో మన్దరే విశ్వకర్మణా,

మయా తు సదృశః పుత్రస్తవ దేవి భవిష్యతి. –వాల్మీకి

రామాయణం–యు.కాం–49

విశ్వకర్మ పూర్వం మందర పర్వతం మీద నా తల్లికి – “ఓ దేవీ ! నీకు నాతో సమానుడైన పుత్రుడు పుట్టును” అని వరం ఇచ్చాడు.

ఔరసస్తస్య పుత్రోఽహం సదృశో విశ్వకర్మణా,
స్మారితోఽస్మ్యహమేతేన తత్త్వమాహ మహోదధిః,
న చాప్యహమనుక్తో వః ప్రబ్రూయామాత్మనో గుణాన్. –వాల్మీకి

రామాయణం–యు.కాం–50

నేను విశ్వకర్మ ఔరసపుత్రుడను. అతనితో సమానుడను. ఈ సముద్రుడు చెప్పగా స్మరణకు వచ్చింది. ఈతడు చెప్పింది యథార్థమే. అడుగకుండగా చెప్పడం భావ్యం కాదని నా గుణాలను గూర్చి చెప్పుకొనలేదు. (ఇటీవలికాలంలో అమెరికాలోని **నాసా** (NASA) వారి వైజ్ఞానిక పరిశోధనలు రామసేతునిర్మాణం యథార్థమేనని నిర్ధారించాయి.) శ్రీ కృష్ణుని ద్వారకకు సంబంధించిన విషయాలు బిర్లాసైన్సు సెంటర్, హైదరాబాదు లో ప్రదర్శింపబడుతున్నాయి. ఆ ప్రదర్శన నమూనా వద్దగల పాఠం ఇలాఉంది. ద్వారకకు కుశస్థలి అనే పేరు కూడా ఉంది.

Ancient fort wall of **Dwaraka** (Kusasthali) dated 1528 BC (Thermoluminescence dating of Pottery) **Mahabharatha** and **Harivamsa** mention that krishna built Dwaraka and Kusasthali, which was a fortress in sea but in ruins. Thus first Dwaraka was built in Bet Dwa island . After a need for more space was felt by krishna, a township was built at the mouth of Gomathi river. It was also named Dwaraka. Since both were submerged in the sea, under water exploration near both the holy Dwarakas were undertaken. Dwaraka in Kusasthali (BetDwa) the first town named Dwaraka built on terraces in BetDwa extended over 4 km.

The remains of fort walls datable from ceramic evidence to 1528 BC are traced in atleast three places in sea. A central enclosure wall 558 m long and artifacts of iron, stone, shell inscribed pottery, a seal (mudra) have been found in underwater excavations. Dwaraka on Gomathi Bank was divided into 4 or 5 Sectors, if not each wall protected by massive stone walls further buttressed by bastions.

ఆయా విద్యలు శాస్త్రాల గురించి ఆధునిక శాస్త్రవేత్త రాబర్ట్ పినోటీ అభిప్రాయం.

అక్టోబరు 1989 లో బెంగుళూరు, Indian Institute of Scienceలో రోదసిపై జరిగిన ప్రపంచ మహాసభలలో ప్రసంగించిన ఇటాలియన్ శాస్త్రవేత్త రాబర్ట్ పినోటీ భారతీయ అంతరిక్షయాన చరిత్రను సర్వసమగ్రంగా అధ్యయనం చేసి తెలిపిన విషయాలు ఇవి.

విమానాలు నడపడంలో 32 రహస్యాలు ఉన్నట్లు ఆయన అనేక గ్రంథాలు ఉటంకించారు. వాటిలో కొన్ని నేడు శాస్త్ర వేత్తలు ఉపయోగిస్తున్న రాడార్ సౌరశక్తి ఛాయగ్రహణం పోలి ఉన్నాయి. భారతీయ గ్రంథం **వైమానిక శాస్త్రం**లోని సౌమ్య, సౌండాలిక, మౌర్త్విక అనే ఉష్ణాన్ని తట్టుకోగల ప్రత్యేక లోహాల నుండి ప్రాచీన విమానాలు తయారు చేసేవారు. విమానాలపై 7 రకాల దర్పణాలను అమర్చి వాటిని ఆత్మ రక్షణకు శత్రు విధ్వంసానికి కూడ ఉపయోగించే వారు. పింజలా దర్పణం రథసారథులను దుష్టకిరణాలనుండి కాపాడుతుంది. శత్రు విమానాలపై పూర్వీకులు ప్రయోగించిన **మారిక** అస్త్రం ఈనాడు మనం ఉపయోగించే లేజర్ అస్త్రం కన్నా విభిన్నమైంది కాదు. వేలాది సంవత్సరాల క్రితం భారతదేశంలో ఒక మహోన్నత నాగరికత, సంస్కృతి పరిఢ విల్లాయి. ఆనాటి ప్రజలు మహాజ్ఞాన సంపన్నులు. ఎన్నో అద్భుతమైన శాస్త్రీయపరికరాలు నిర్మించారు. వాటిలో పుష్పకవిమానం పరమాద్భుతమైన ఆకాశ నౌక.

దీని సహాయంతో ఆనాటి ప్రజలు సూర్యచంద్రాది లోకాలకు వెళ్లడం సంభవమయిందని వెల్లడించారు. అంతరిక్షయాత్రలు, మహాస్త్రాలు, విమానాలు గూర్చి పురాణాలలో చిత్రించిన తీరు ఆలోచిస్తే భారత దేశానికిమహోన్నత నాగరికత వుండేదని అర్థం చేసుకోవచ్చు. కాని అది విస్మృతిలో పడింది. ఈ విషయాలు దృష్టిలో పెట్టుకొని హిందూ గ్రంథాలను పరిశీలించాలని, పుష్పక విమానాలను గొప్ప శాస్త్రీయ దృక్పథంతో పరిశీలించాలని శ్రీ పినోటీ కోరారు.

యజ్ఞవేదికల నిర్మాణం, దానికి సంబంధించిన గణితశాస్త్రం బౌద్ధాయన శుల్బ సూత్రాలలో ఉంది. ఇటీవలి కాలంలో దీనిని గురించిన చర్చ వార్తాపత్రికలలో విస్తృత ప్రచారంలోనికి వచ్చింది. కనుక దాని ప్రస్థావన ఇక్కడ అనవసరం. ఇంతగొప్ప నిర్మాణాలు చేసే శిల్పులకు ఇంజనీరింగ్ పరిజ్ఞానం, గణిత, భౌతిక శాస్త్ర పరిజ్ఞానం ఉండాలి కదా అని ఆధునికులు అనిప్రాయ పడవచ్చు. మానసారం అనే శిల్పశాస్త్ర గ్రంథంలో ప్రధాన శిల్పిగా (Chief Engineer) నియమింపబడే వ్యక్తికి అవసరమైన యోగ్యతలను పరిశీలిస్తే పై ప్రశ్నకు తావే ఉండదు.

ప్రధాన శిల్పి యోగ్యతలు

According to the **Manasara** the chief architect must posses a knowledge of **all the Vedas** and all the **Sastras**. He must be proficient in law, mathematics, history, geography, painting, draughtsmanship, mechanics, and deep **in the ocean of the science of architecture.** He must be very learned, meritorious, patient and dexterous, a champion, of large experience, of industrious habits, and of noble descent, full of resource, and capable of application to all kind of work. He must possess a wide outlook, bold temperment, and self - control. He must be above committing errors.

భారతీయ విజ్ఞానం – సంస్కృతం

పి.పి.హోలే తన Machines in Sanskrita Literature గ్రంథంలో ఉటంకించిన మాటలు గమనార్హం

Samskrit literature is a treasure house of tremendous knowledge in all fields including Science, Technology and Arts. But Scientists do not know Samskrit language and Samskrit Scholars do not know about the modern Scientific and technological Advancements. **Silpa Sastra doesn't mean sculpture but it means Engineering in general.**

భారతదేశంలో వాస్తుకళ ప్రధానశిల్పం. తక్కిన కళలన్ని ఇంచు మించుగ తదనుబంధంగానే అభివృద్ధి చెందాయి. ఏ హిందువూ ఒక శిల్పాన్ని – లేక చిత్రాన్ని దానికోసమే, దానికదే అందంగా ఉండేట్లు, వాస్తుశిల్ప విధిని అనుసరించక ఉన్నట్లుండి చేయడానికి ఎన్నడూ పూనుకోడు.

ముగింపు

వేదాలు పుట్టినభూమి అని, మహోన్నతమైన శిల్ప సంపద కల్గిన దేశమని పటిష్టమైన కుటుంబ వ్యవస్థ కల్గిన దేశమని విదేశీయులు భారతదేశాన్ని సందర్శిస్తారు. దేశం సుభిక్షంగా ఉండాలంటే జనాభాకు సరిపడినంత ఆహారం, అధిక దిగుబడులు సాధించటానికి విజ్ఞానం అవసరం. దేశసార్వభౌమాధికారం నిలబెట్టుకొనడానికి సైనిక బలం, అవసరమైన ఆయుధ సామాగ్రి అవసరం. వేదకాలం నుండి రామాయణ, భారత కాలంవరకు అభివృద్ధి పథంలో ఉన్న భారతీయ సాంకేతిక నైపుణ్యం బౌద్ధ, జైన యుగం వరకు విలసిల్లినా తదుపరి కాలంలో క్షీణించ నారంభించింది. ధ్వంసం చేయబడింది. కారణం ఏదైతేనేం సారస్వతేయులు శిల్పాన్ని ప్రక్కత్రోవ పట్టించటంతో శిల్పాభివృద్ధి (పరిశోధన అభివృద్ధి) ఆగిపోయింది. శిల్పం అంటే విగ్రహశిల్పం మాత్రమే అనే స్థితి దాపురించింది.

అదే నిజమని అనుకుంటే దానివలన సామాన్యుడికి కలిగే ఉపయోగం నయనానందం మాత్రమే. శిల్పం అనే మాట విపులార్థం కలది. బహుశాస్త్ర సమన్వితం. నగర దుర్గ గ్రామ నిర్మాణం, ఆయుధనిర్మాణం, వైద్య ప్రయోగశాల పరికరాలు తయారీ, పంచాంగ గణన, తటాకాది, నీటిపారుదల నిర్మాణాలు, విగ్రహనిర్మాణం, దేవాలయం నిర్మాణం, యజ్ఞవేది నిర్మాణం, యజ్ఞం అంతా శిల్పమే.

అటువంటి శిల్పం లేక మానవ మనుగడ, అభివృద్ధి, సుభిక్షత అనే మాటలకు అర్థమే ఉండదు. విజ్ఞానం అభివృద్ధి చెందనిదే స్వావలంబన, సుఖజీవనం, శాంతి అనే మాటలకు అర్థం ఉండదు.

దాని అర్థం అందరూ వేదాలు వల్లెవేయాలని కాదు. వేదాన్ని దాని అర్థాన్ని కాపాడటానికి కొందరు ఆ పనిచేస్తున్నా, అందలి వైజ్ఞానిక, సాంకేతిక మౌలికాంశాలను పరిశోధనలు చేసి వెలికి తీస్తే అది దేశ స్వావలంబనకు తోడ్పడుతుంది.

శ్రీ పూసపాటి నాగేశ్వరరావు 'శిల్పసుందరి' అనే తన తెలుగు ఖండ కావ్యంలో శిల్పాన్ని గురించిన తన అభిప్రాయం రెండు పద్యాలలో వివరించి, దిశానిర్దేశం చేశారు.

శిల్పి పురస్కృతుం డగుటఁజేసి విహాయస వీధి లాస్యముల్
సల్పు విదేశి యంత్రములు సన్నుతిపాత్రము లయ్యె నక్కటా!
శిల్పి తిరస్కృతుం డగుటఁజేసి పురాతనకర్మ భూమిలోఁ
గాల్పనికంబులైన పలుగాథలు బోధలు పొట్టనింపెడున్

శిల్పసుందరి, పూసపాటి నాగేశ్వరరావు (2–21)

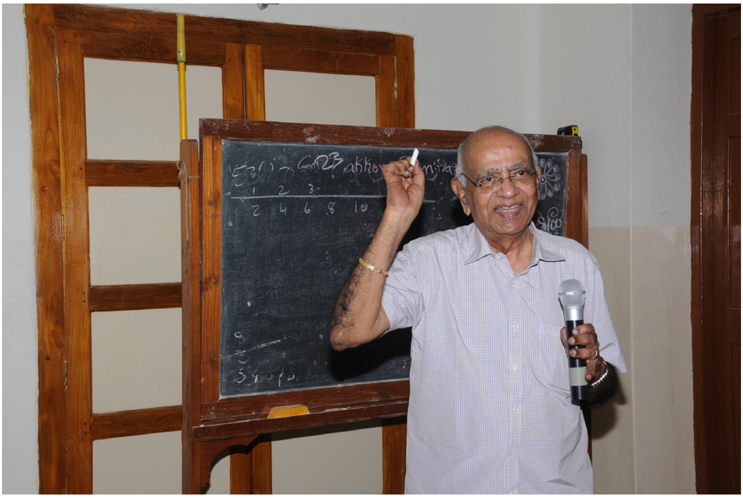
భరతధరిత్రి సత్యము శివంబును సుందరముం దలిర్పఁ గాఁ
దిర మగు శాంతిభద్రతలు, దేశహితైషులు వేదశిల్పి శే
ఖరులు సమాదృతిం బడయఁ గల్గిననాఁడు మదీయపాద నూ
పుర మణిఘంటికానినదముల్ వలయాద్రిఁ బ్రతిధ్వనించుతన్!

శిల్పసుందరి, పూసపాటి నాగేశ్వరరావు (5–11)

భరతభూమిలో సత్యం శివం (శుభం) సుందరం పాదుకొని శాంతి భద్రతలు స్థిరమై దేశహితం కోరే వేదశిల్పులు చక్కగా గౌరవింప బడిననాడు నాపాదాల అందెల చప్పుడు హిమాలయ పర్వత పంక్తిలో ప్రతిధ్వనిస్తుందనేది **దివ్యవాణిగా** వినిపించారు.

వైజ్ఞానిక సాంకేతిక చరిత్ర సాపేక్షంగా చరిత్ర శాఖ పరిధిలోనికి కొత్తగా వచ్చి చేరిందే అయినా చెప్పదగిన సంఖ్యలో పరిశోధకులను ఆకర్షించింది అంటారు డా. రతన్‌లాల్ హంగ్లూ తన History of Science and Technology గ్రంథంలో. డా. రతన్‌లాల్ హంగ్లూ గారి మాటలు కొంత వరకైనా స్వాంతన కలిగిస్తున్నాయి కదా. మన ప్రియతమ ప్రధాని శ్రీ మోడి గారీ ప్రసంగాలు కూడా ఈ ఆలోచనకు దోహదకారులుగా ఉన్నాయి.

(This Essay is an abridged form of Extract taken form the thesis **"The Multifaceted Personality of Pusapati Nageswara Rao"** Submitted by Dr. P. Sankara Rao to KSOU, Mysore.)



పత్ర సమర్పణ చేస్తున్న డాక్టర్ పి.వి.కృష్ణయ్య

SOME INTERESTING TOPICS IN GEOMETRY

N.V. Ramana Murthy, Dept. of Mathematics, Andhra Loyola College

In the 8th century B.C. an interesting theorem was given in SULBASUTRAS, by BODHAYANA. The theorem stating that the square on the hypotenuse of a right angled triangle is equal to the sum of the squares on its sides. Later on in 540 B.C., this theorem attributed to a famous mathematician Pythagoras and it is known as Hypotenuse theorem. A good number of famous mathematicians gave proof for this theorem, namely, Euclid, Bhaskaracharya, Leonardo da Vinci and etc. Another way of proof is also given in YUKTIBHASHA in 1608. In this paper it has been discussed about the Pythagoras theorem and its applications. Pythagoras triplet is defined and its properties also discussed. Some formulae have been given to find Pythagoras triplets.

It has also been discussed about some important properties of triangles and some applications of Heron formula. Some interesting results have been discussed about cyclic quadrilaterals and circles have been discussed.

1. The Hypotenuse Theorem (Pythagoras Theorem)

Theorem: If ABC is a right angle triangle, right angle at C and sides $BC=a$, CA-b, then the hypotenuseis AB=**C** given by $c^2=a^2+b^2$

The converse of the Hypotenuse theorem is also true. It states that

Theorem: If, in a triangle ABC, the sides $BC=a$, $CA=b$ and AB=c are such that $c^2=a^2+b^2$ then $\underline{|C} = \frac{\pi}{2}$

Paper submited in National seminar on 'Mathamatics-Literature'

Definition: An ordered triad (x, y, z) of positive integers satisfying the relation $x^2 + y^2 = z^2$ is called a Pythagorean triplet.

Examples: (3,4,5), (5,12,13), (7,24,25), (8,15,17), (12,16,20), (12,35,37), (15,20,25), (15,36,39)

Applications of Pythagoras Theorem:

1. If we construct an isosceles triangle with base $BC = (n-1)a$, and sides $AB = AC = \left(\frac{n+1}{2}\right)a$

then the altitude AP is given by $AP = \sqrt{n}a$, where 'n' is a positive integer, a is any real number.

From this, it can be conclude that the ordered triad

$\left(\left(\frac{n-1}{2}\right)a, \sqrt{n}a, \left(\frac{n+1}{2}\right)a\right)$ is a Pythagorean triplet.

2. If (x, y, z) is a Pythagorean triplet then (kx, ky, kz) is also a Pythagorean triplet for any positive integer 'k'.

3. If (x, y, z) is a Pythagorean triplet with 'y' even and any two of 'x', 'y' and 'z' are coprime, then it is given by

$(x, y, z) = (m^2 - n^2, 2mn, m^2 + n^2)$, where 'm' and 'n' are positive integers such that g.c.d. of 'm' and 'n' is 1.

4. If $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)$ are two Pythagorean triplets, then

$(x_1x_2 - y_1y_2, x_1y_2 + x_2y_1, z_1z_2)$ is again a Pythagorean triplet.

In particular, if $x_1 = x_2 = x, y_1 = y_2 = y, z_1 = z_2 = z$ then

$(x^2 - y^2, 2xy, z^2)$ is again a Pythagorean triplet. From this, we construct a sequence of Pythagorean triplets given by

$$P_1 = (x, y, z), P_2 = (x^2 - y^2, 2xy, z^2), P_3 = \left((x^2 - y^2)^2 - (2xy)^2, 4xy(x^2 - y^2), z^4\right), \cdots,$$

$$P_{n+1} = (xx_n - yy_n, xy_n + yx_n, zz_n), \cdots \text{ where } P_n = (x_n, y_n, z_n)$$

5. Pythagoras theorem is also true in case of semi-circles.
That is, in a right angled triangle, the area of the semi-circle constructed on the hypotenuse is the sum of the areas of the semi-circles constructed on the perpendicular sides.

Proof: The area of the semi-circle constructed on the hypotenuse is given by $\frac{\pi c^2}{4}$. The areas of the semi-circles constructed on the perpendicular sides are given by $\frac{\pi a^2}{4}, \frac{\pi b^2}{4}$ respectively.

We have, $\frac{\pi a^2}{4} + \frac{\pi b^2}{4} = \frac{\pi}{4}(a^2 + b^2) = \frac{\pi c^2}{4}$.

2. Triangles

In general, we calculate the area of a triangle by using Heron's formula, provided we know the sides of the triangle. This formula is given in Theorem: If $2s$ is the perimeter of a triangle ABC with sides a, b, c then its area Δ is given by

$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

Proof: easy.

Remark: We also know that the area Δ of a triangle is given by

$\Delta = \frac{1}{2} ap$, where 'p' is the altitude from 'A' to the side 'BC' of the triangle. Therefore, we have

$$p = \frac{2\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}{a} = \frac{2\Delta}{a}$$

In the following theorem we see that a relation between altitude of a triangle and the circum radius.

Theorem: The circum radius R of the circum circle of a triangle is given by $R = \frac{bc}{2p}$, where 'p' is the altitude of the triangle and b, c are the slant sides of the triangle.

By using the above remark and theorem, we obtain $R = \frac{abc}{4\Delta}$.

In the following example, we calculate the altitude and circum radius of a triangle when we know the sides of a triangle.

Example: In a triangle ABC it is given that BC (base) = $\sqrt{18} - 1; CA = \sqrt{6}; AB = \sqrt{10} - \sqrt{5};$

Let the altitude AP = p from A to BC. Let BP = x and PC = y.

$\therefore x + y = \sqrt{18} - 1$ and triangles APB and APC are right triangles.

Therefore, by Pythagoras theorem,

$p^2 + x^2 = 15 - 10\sqrt{2}$ *and* $p^2 + y^2 = 6$. Solving these two equations we get $y^2 - x^2 = 10\sqrt{2} - 9 \Rightarrow y - x = \frac{10\sqrt{2} - 9}{y + x} = \frac{10\sqrt{2} - 9}{3\sqrt{2} - 1} = 3 - \sqrt{2}$

So, we have $x+y=3\sqrt{2}-1 \quad and \quad -x+y=3-\sqrt{2}$

Hence, $x=2\sqrt{2}-2 \;\; and \;\; y=\sqrt{2}+1$. Now, by Pythagoras theorem, we have

$p^2=6-y^2=6-\left(\sqrt{2}+1\right)^2=\left(\sqrt{2}-1\right)^2 \Rightarrow p=\sqrt{2}-1$. Now, the circum radius R is given by

$$R=\frac{bc}{2p}=\frac{\sqrt{6}\left(\sqrt{10}-\sqrt{5}\right)}{2\left(\sqrt{2}-1\right)}=\frac{\sqrt{30}}{2}.$$

3. Cyclic Quadrilaterals

Ptolemy's theorem: In a cyclic quadrilateral, the sum of the products of the opposite sides is equal to the product of its diagonals.
Proof: Well known.

Auxiliary diagonal: In a cyclic quadrilateral, the line drawn from a vertex of the quadrilateral to a point on the circle parallel to one of its diagonal is know as auxiliary diagonal.

By using Ptolemy's theorem we can prove that

Theorem: If a_1, a_2, a_3, a_4 are the sides of cyclic quadrilateral respectively, then

$a_1a_2+a_3a_4=d_{13}d',\ a_1a_4+a_2a_3=d_{24}d',$ where d_{13}, d_{24} are diagonals of the cyclic quadrilateral and d' is the auxiliary diagonal.

Brahmagupta proved the following theorems for a cyclic quadrilateral:

Theorem: The diagonals of a cyclic quadrilateral can be expressed in terms of its sides given by

$$d_{13}^2 = \frac{(a_1a_2 + a_3a_4)(a_1a_3 + a_2a_4)}{(a_1a_4 + a_2a_3)}; \; d_{24}^2 = \frac{(a_1a_3 + a_2a_4)(a_1a_4 + a_2a_3)}{(a_1a_2 + a_3a_4)}$$

Theorem: The area of a cyclic quadrilateral is given in terms of its sides by

$\Delta = \sqrt{(\sigma - a_1)(\sigma - a_2)(\sigma - a_3)(\sigma - a_4)}$, where

$2\sigma = a_1 + a_2 + a_3 + a_4.$

In 1536 A.D., Narayana Pandita proved that

Theorem: The area of a cyclic quadrilateral is given by $\Delta = \frac{d_{13}d_{24}d'}{4R}$,

where d_{13}, d_{24} are diagonals, d' is the auxiliary diagonal and R is the circumradius.

In 1430 A.D., Paramesvara proved that

Theorem: The circumradius R of a cyclic quadrilateral in terms of its

sides is given by $R = \frac{\sqrt{(a_2a_3 + a_1a_4)(a_3a_1 + a_2a_4)(a_1a_2 + a_3a_4)}}{its\ area}$

With the help of these results we can calculate diagonals, auxiliary diagonals, area, perimeter etc. of a cyclic quadrilateral.

 ISSN : 0973-3493

Literary models to a few famous mathematical principles & work experience in computing calendar programme

A.G.Siva Sankar Reddy, Government Degree College, Ananthapuramu

Present days scenario of information technology and modeling on a variety of language media over the knowledge bank of mathematics and transformation of mathematical knowledge from the learned in the past, to learning in the future, is indeed depending on improvement of memory power and practice of mathematical skills from in fact stage to maturity stage of human mind.

For this improvement of memory power particularly in elementary and secondary school education, the poetic classical rhythm of practice is more influential rather than conversational (narrative) type. For example, Slokas and dramatic poems are kept for more period of time in our memory than any other conversational matter.

Basing on the opinion that literary model to any principle of human kind will live for longer period of time in our memory, I have written a few classical and grammatical poems as literary models to a few physical and mathematical principles.

BRIEF THEORY:

In fact this type of literary modeling is not new. It was in practice right from ancient periods.

Bhaskaracharya – Leelavathi and Vedantha Desika rendered a lot of poems in Sanskrit which explained a few mathematical principles.

In Telugu literature we have a poet Sri Pavuluri Mallanna (11th century) who had rendered several poems in Telugu literature related to some numerical properties.

---

paper submitted in national seminar on 'Mathematic-Literature'

In my Sri **Ranga Sathakam** which contains more than one hundred poems in classical “Kanda” grammatical Telugu Literature, I have explained Newton’s three laws of motion and Newton’s gravitational law and others.

Newton’s first Law:

“Every particle continues to be in a state of rest or in a state of uniform motion until and unless it is compelled by an external force”

As

ఏదేని పరాశక్తియు
లేదేని ప్రతి కణబంతి లేదశ పొందన్
పాదాని నిశ్చలనమౌ
కాదేని నిరంతర రుజుగతినౌ! రంగా!

Newton’s Second Law:

“The amount of external force on a particle is directly proportional to the acceleration of the practice.

As

కం॥ సమకూర్చు పరాశక్తికి
నమోద రేఖీ ప్రచోదనా కణత్వరణం
సమమౌ క్రమాను పాతము
గమహో సూత్రంబు నీజగతికిన్! రంగా!

Newton’s Third Law

For every action there is an equal and opposite reaction.

As

కం॥ ప్రతి చర్యకు సమతుల్యపు
ప్రతి చర్య తనకభిముఖపు ప్రాదిశ సంప్రా
కృతి ప్రాప్తించున్ తారా
కృతి విశ్వంబున విధాతకృతిగా! రంగా!

“Newton’s Law of gravitation” is described in the poem given below as:

ఆ॥ పండు చెట్టు వీడి పయనించు భువి వైపు
ఎట్టి కాలమైన ఎక్కడైన
నొక్కి చెప్పి గతిని న్యూటన్ గమన శూక్తి
రాజశేఖరన్న! రైతుమిత్ర!

“Path of a projectile is a parabola” is described in the poem given below as:

ఉ॥ భూతల పైకి వెళ్ళి తిరుభూక్షితిజేరేడి వస్తుమార్గమౌ
శీత వక్రమైన వరసేతువు రమ్య పరావలయమౌ
గీతగు నిల్వకౌను పరిగీతకు భూతల రేఖవర్గగమున్
క్షీతను పాతమై! గణిత క్షీరమె! రాయలసీమ రత్నమా!

The Constitution Formula of a Honey Bee in forming each cell to store its Honey is that, the cell is like a Hexogonoid with base and roof a regular Hexogen and height (or depth) of cell is cube of side of its base”.

(Ref: “Tharka Sastram” written by Balagangadhar Thilak in the early decade of 20th century).

ఆ॥ తేనెటీగ తొట్టె తేనెనింపు గదికి
భూమి షడ్భుజందు భుజము యొక్క
ఘనఫలంబుగోడ ఘతంబు నిర్మించు
రాజశేఖరన్న! రైతుమిత్ర!

Matrix applications and Game theory are really helpful in matching programmes. Symmetric matrices and square matrices with progressive entries are playing a vital role in the formation of functional route paths and magic squares. In particular, calendar formation and matching the year – month – date – day is a pertinent application of symmetric matrices.

Literary models to a few famous mathematical principles & work experience in computing calendar programme

A.G.Siva Sankar Reddy

I would like to present the matrix programme with the shortest format of these symmetric matrices which give matching of year – month – date – day in one – to – one mapping theory of 21st complete century up to the year 2099. I am enclosing a copy of the formatic calendar of 21st century; I would also like to present the application of Numerical sequence and series of transcendental number.

$$e = 1+1/1!+1/2!+1/3!+1/4!+1/5!+\ldots\ldots \text{ to infinity}$$

on saving and utilization process of seed, crops and fertilizers in Agricultural & Medical sectors with creative intelligence and number puzzles.

ఎన్నంగ గత శతాబ్దము
నన్నియు తేదీల వా నామము జెప్పన్
పన్నుగ సూత్రమ్మొక్కటి
తిన్నగ నీ క్రింది గతిని తెలిపెద! రంగా!

I am presenting last century calendar matching of the year-month-date-day in the following procedure in eight poem cited below.

పంద్రెండు నెలల క్రమముగ
పంద్రెండంకెల సమర్పి పాడెదనే
పెక్కుంద్రు జనులు విని మెచ్చగ
తంద్రీ క్రిందటి విధముగా తథ్యము! రంగా!

I am arranging twelve digital number attached to twelve months in the poem cited below.

21ST CENTURY CALENDAR

A.G.SIVASANKAR REDDY
Retd. Principal,
Govt. Arts College, Ananthapuramu

2015 2026 2037 2043 2054 2065 2071 2082 2099 2099	2014 2025 2031 2042 2053 2059 2070 2071 2087 2098	2013 2019 2030 2041 2047 2058 2069 2075 2086 2097	2007 2018 2029 2035 2046 2057 2063 2074 2085 2091	2017 2023 2034 2045 2051 2062 2073 2079 2090 2090	2011 2022 2033 2039 2050 2061 2067 2078 2089 2095	2010 2021 2027 2038 2049 2055 2066 2077 2083 2094	1 8 15 22 29	2 9 16 23 30	3 10 17 24 31	4 11 18 25	5 12 19 26	6 13 20 27	7 14 21 28	2000 2028 2058 2084	2004 2032 2060 2088	2008 2036 2064 2092	2012 2040 2068 2096	2016 2044 2072 2072	2020 2048 2076 2076	2024 2052 2080 2080
FEB MAR NOV	JUN	SEP DEC	APR JUL	JAN OCT	MAY	AUG	SUN	MON	TUE	WED	THU	FRI	SAT	OCT	FEB AUG	JUN	JAN APR JUL	MAY	MAR NOV	SEP DEC
JUN	SEP DEC	APR JUL	JAN OCT	MAY	AUG	FEB MAR NOV	MON	TUE	WED	THU	FRI	SAT	SUN	MAY	MAR NOV	SEP DEC	OCT	FEB AUG	JUN	JAN APR JUL
SEP DEC	APR JUL	JAN OCT	MAY	AUG	FEB MAR NOV	JUN	TUE	WED	THU	FRI	SAT	SUN	MON	FEB AUG	JUN	JAN APR JUL	MAY	MAR NOV	SEP DEC	OCT
APR JUL	JAN OCT	MAY	AUG	FEB MAR NOV	JUN	SEP DEC	WED	THU	FRI	SAT	SUN	MON	TUE	MAR NOV	SEP DEC	OCT	FEB AUG	JUN	JAN APR JUL	MAY
JAN OCT	MAY	AUG	FEB MAR NOV	JUN	SEP DEC	APR JUL	THU	FRI	SAT	SUN	MON	TUE	WED	JUN	JAN APR JUL	MAY	MAR NOV	SEP DEC	OCT	FEB AUG
MAY	AUG	FEB MAR NOV	JUN	SEP DEC	APR JUL	JAN OCT	FRI	SAT	SUN	MON	TUE	WED	THU	SEP DEC	OCT	FEB AUG	JUN	JAN APR JUL	MAY	MAR NOV
AUG	FEB MAR NOV	JUN	SEP DEC	APR JUL	JAN OCT	MAY	SAT	SUN	MON	TUE	WED	THU	FRI	JAN APR JUL	MAY	MAR NOV	SEP DEC	OCT	FEB AUG	JUN
2009	2003	2002	2001	2006	2005	CALENDAR IS PERIODIC CYCLE OF 28 YEARS ON THE SAME FORMAT FOR EVERY 400 YEARS UNDER EXISTING A.D. SYSTEM														

ఏకవీయ ద్విదియ తదియ
లోకతదియ వేద పురుచులున్ పాంచాలిన్
నేక, ఋతువేద, గిరిషట్
గోకులనాథకు విదియను, గుహశర! రంగా!

ఏక–వియత్ (జనవరి–0), విదియ–తదియ (ఫిబ్రవరి (2,–3),
లోక–తదియ (మార్చి (3–3) వేదపు–రుచులున్ (ఏప్రిల్ (4–6),
పాంచాలిన్–ఏక (మే (5–1), ఋతువేద (జూన్ (6–4),
గిరి–షట్ (జూలై (7–6), గోకులనాథము–విదియను (ఆగష్టు (8–2)

దశమున శూన్యము ఏకా
దశమందగ్నిన్ కురువగ ద్వాదశి శరముల్
విశదము జేసితి జతలుగ కుశాల కన్నా!
కలియుగ కొండా! రంగా!

దశమున–శూన్యము (అక్టోబర్ (10, 0) ఏకాదశమందు–అగ్నిన్ (నవంబర్ (11, 3), ద్వాదశి–శరముల్ (డిసెంబరు (12, 5).

Like that I arranged.

కోరిన తేదీ సంఖ్యను,
కోరిన వత్సరపు సంఖ్య, కోయగదానిన్
నేరుగ నాల్గగ భాగము
కోరిన నెలజత వరుసగ కూడుము రంగా!

Choose the Date [Ex. 07– 03–53 (1953)]
and Add as Date Number + Month attached digit + Year Number + (Year No. / 4) integrated part.

$$07 + 03 + 53 + \left[\frac{53}{4}\right] = 7 + 3 + 53 + 13 = 76$$

కూడిన మొత్తము సంఖ్యన్
నేడుచె భాగింప మిగుల నిచ్చును శేషం
బేడంకెలలో నుండున్
నేడుకు లోపల నొకంకె నేపుగ రంగా!

Now divide the added number by 7, we will go get reminder as one of the numbers below 7 (seven)

వచ్చిన శేషన్ వారపు
గుచ్ఛమునకు వరుసగ నొనగూర్చుము తండ్రీ
యిచ్చిన క్రిందటి విధమున
వచ్చు తారీఖు నామ వరుసలు రంగా!

Now attach the remainder to each day as

సున్నన్నాది, ఒకటిసో
మన్నిట్లు వరుసగ జతలు మడచిన వచ్చున్
నిన్నడిగిన తారీఖుల
కన్నిన్ పేర్లున్ తెలియగనన్నా! రంగా!

0 – Sun, 1 – Mon, 2 – Tue, 3 – Wed, 4 – Thu, 5 – Fri, 6 – Sat, we will get the day for the chosen date

76÷7=70/7 +6 remainder

Therefore, 6 – Saturday
Therefore, 07 + 03 + 1953 = Saturday

నాలుగు గణాంక వత్సర
మాలకు నారంభజంట మాసంబులకున్
వాలుగ శనికిన్ సున్నను
శాలువ శుక్రకు జతపడు షట్కము రంగా!

For starting months January and February only of leap years the attached remainder to the days as 0 – Sat, 1 – Sun, 2 – Mon, 3 – Tue, 4 – Wed, 5 - Thu, 6 – Fri.

ఒకటి నుండి ఎంచుకొన్న సంఖ్య వరకు
వరుస పెట్టి కూడ వచ్చు నిలువ
సంఖ్య, సంఖ్య మీద సంఖ్య లబ్దిసగము!
నారా చంద్రబాబు నాయుడన్న!

$$1+2+3+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

ఎట్టి సంఖ్య చేత హెచ్చింపు చేసినా
తొమ్మిదిచ్చు సంఖ్య తొమ్మిదేను
అంకెలన్ని కూడ ఆ లబ్ద సంఖ్యలో
సహజ గణిత సూక్తి చంద్రబాబు!

When any number is multiplied with ‘9’ nine the resulting product number given ‘9’ only on adding all the digits of the product number.

Ex: 127 X 9 = 1143 in which 1 + 1 +4 + 3 = 9

ఒకటి నుండి ఎంచుకొన్న సంఖ్య వరకు
వరుస ఘనము కూడ వచ్చు సంఖ్య
సంఖ్య, సంఖ్య మీద సంఖ్య లబ్దసగవు
సంఖ్య వర్గమగును చంద్రబాబు!

$$1^3+2^3+3^3+\ldots\ldots\ldots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

త్రిభుజి యందు కాల త్రేతాగ్ని కేంద్రాలు
ఒక గురుత్వ కేంద్ర మొక్క లంబ
కేంద్రము పరివృత్త కేంద్రంబు లుండు! నో
సరళరేఖ పైన! చంద్రబాబు!

In any Triangle three centre points centroid, orthocenter and circumcenter are collinear

లంబకోణ త్రిభుజి లంకె భుజములిచ్చు
వర్గ కూర్పు చేయ వాలుగాను
కర్ణవర్గమిచ్చు కమనీయ సూత్రము!
సత్య గణిత సూక్తి చంద్రబాబు!

On any right angled triangle sum of the squares of the adjacent sides is equal to square of the Diagonal.

పూజ జేతురైదు పూరేకు పూలచే
మంచి వాసనిచ్చు మల్లెపూవు
సంఖ్యలందు నైదు సంఖ్య పంచాంగమౌ!
నార చంద్రబాబు నాయుడన్న!

People pray GOD with flowers containing five Petals
Jasmine flowers contain five Petals which give good smell
Out of all numbers five number only gives Panchangam

Papers, Articles, information/report about activities in schools, colleges/institutions related to mathematics are to be sent to the Chief Editor, Ganitha Chandrika along with the author/sender photos. Any programs like conduction of seminars, Birthday function of Mathematicians, Mathematics Academic Programs like Quiz, Exhibition, Workshop etc. Along with photos can also be reported.

Papers and Articles
For Publication are to be sent to

Dr. P.Satyanarayana Sarma

Chief Editor, Ganitha Chandrika,
Sri Surya Bhavan, D.No.42-2/1-46, D.R.W.A-92,
Devinagar, 1st line, Vijayawada-3
e-mail : ganithachandrika@gmail.com Ph : 9290130568

Teachers, Students and all lovers of mathematics are welcome to join the Association. The membership details are as follows :

Life : Rs.500/-(individual) Rs.600/- (Institutions)

All Members of A.I.M.Ed., are entitled to receive a free copy of the Quarterly Magazine

GANITHA CHANDRIKA

All Cheques, Drafts and M.O.s are to be drawn in favour of
“Treasurer. A.I.M.Ed.”
and sent to **Treasurer. A.I.M.Ed.,** 30-22/1-16,
Murthy Veedhi, Back side of Vijaya Talkies, Vijayawada-2